

# Teil I

## Physikalische Grundlagen

### Lernziel

In diesem Teil werden die physikalischen Effekte und Vorgänge beschrieben, die die Grundlage der Temperaturfeldaufgaben darstellen. Damit wird die Basis geschaffen für die darauffolgenden Anwendungen.

In Abschnitt 1 "Temperaturfelder und Wärmeübertragung" werden die maßgebenden Begriffe genannt und erläutert. Insbesondere diejenigen Begriffe werden aufgeführt, die für den Bereich der Finite-Element-Berechnungen und die in diesem Bereich erfassten physikalischen Effekte wichtig sind.

In Abschnitt 2 "Grundgleichungen der Wärmeübertragung" werden für die vorher beschriebenen physikalischen Effekte die zugrundeliegenden Gleichungen und Formeln genannt.

In Abschnitt 3 "Analoge Feldanwendungen" werden Anwendungsmöglichkeiten beschrieben, die zwar andere physikalische Felder betreffen, die aber wegen der Analogie der zugrunde liegenden Gleichungen in Temperaturfeldaufgaben "übersetzt" werden können und somit im Rahmen dieses Buches mitefassen werden können.

Teil I ist nur soweit ausgeführt, dass der Anschluss zum Grundlagenwissen hergestellt wird. Dieser Teil bildet den Eingang zur praktischen Anwendung der FEM, nicht jedoch den Schwerpunkt.

## 1 Temperaturfelder und Wärmeübertragung

### 1.1 Einleitung

In diesem Abschnitt werden die maßgebenden Begriffe erläutert sowie die zugrundeliegenden Gleichungen der erwähnten Effekte genannt. Hierzu zählen in Hinsicht auf die numerische Lösung der Wärmeübertragungsaufgaben die Begriffe

- der stationären und der instationären (transienten) und
- der linearen und nichtlinearen Wärmeübertragung.

Darüber hinaus werden die physikalischen Grundlagen

- der Wärmeleitung,
- des Wärmeüberganges,
- der Wärmestrahlung,
- von Wärmequellen und -senken
- der Wärmekapazität und -speicherung sowie
- des Phasenwechsels

beschrieben, soweit sie für die Anwendungen dieses Fachbereiches wichtig sind.

Die Berechnung von Wärmeübertragungsproblemen dient dazu, die Temperaturen in einem Bauteil zu bestimmen. Vergleichbare Bezeichnungen sind Temperaturfeldberechnung, Bestimmung der Temperaturverteilung oder thermische Analyse. Bis auf Bauteilränder, an denen Randbedingungen vorgegeben sind, stellen die Temperaturen im Bauteil die primären Unbekannten dar. Andere Größen wie Temperaturgradienten, Wärmeströme oder örtliche Wärmestromdichten sind aus einer berechneten Temperaturverteilung ableitbar.

Bauteile aus üblichen technischen Stoffen setzen dem Transport von thermischer Energie einen gewissen Widerstand entgegen. Eine solche Energieübertragung zwischen zwei Punkten im Bauteil tritt nur auf, wenn eine Temperaturdifferenz vorliegt. Technische Fragestellungen betreffen im allgemeinen diesen Zusammenhang zwischen Temperaturdifferenz und Energietransport. Dabei sind häufig entweder für gegebene, zu übertragende Energiemengen die auftretenden Temperaturen oder für gegebene Randtemperaturen die dadurch fließenden Energiemengen gefragt.

Von dieser Aufgabenstellung sind Analysen von Bauteilen abzugrenzen, bei denen zwar Temperaturen eine Rolle spielen können, jedoch andere physikalische Erscheinungen untersucht werden. Beispiele hierzu sind

- die strukturmechanische Berechnung der mechanischen Spannungen in einer Maschine oder einer Rohrleitung, die sich durch Erwärmung ausdehnt und dadurch zwischen Auflagern Zwängungen erfährt oder
- die Berechnung der elektrischen Spannungs- und Stromdichteverteilung in einem Lötbügel, der sich erwärmt und dessen Material einen von der Temperatur abhängigen elektrischen Widerstand aufweist.

## 1.2 Stationäre und instationäre Wärmeübertragung

Mit dieser Unterscheidung wird die Zeitabhängigkeit des Wärmeübertragungsproblems und das zeitliche Verhalten der Zustandsgrößen im Bauteil beschrieben.

Bei einem stationären Problem tritt keine oder lediglich eine sehr geringe und damit vernachlässigbare Änderung der Temperaturen über der Zeit auf. Da normalerweise im untersuchten Bauteil unterschiedliche Temperaturen herrschen (sonst würde man gar nicht erst rechnen), muss an den Orten mit hohen Temperaturen stetig Wärme zugeführt werden und an den Orten tiefer Temperaturen Wärme abgeführt werden.

Da sich bei stationären Problemen die Temperaturen im Bauteil nicht ändern, bleibt die innere Energie gleich. Wenn Energie von außen zugeführt wird, muss aus Gleichgewichtsgründen eine Energieabfuhr in gleicher Höhe vorhanden sein. Daraus ergibt sich eine Kontrollmöglichkeit, bei der alle äußeren Einflüsse bilanziert werden und verifiziert wird, dass kein Restbetrag (Residuum) verbleibt.

Ein Beispiel für eine stationäre Aufgabenstellung ist eine Hauswand-Isolierung. Die Effizienz der Isolierung zeigt sich, wenn im Winter zwischen der (relativ zur Aussenseite) hohen Temperatur im Innenraum und der tiefen Temperatur an der Aussenseite ein möglichst geringer Verlust auftritt. Der Verlust ergibt sich als Wärmestrom durch die Wand von innen nach außen. Diese Verlustwärme muss durch die Heizung des Hauses nachgeliefert werden und ergibt Aufwand und Heizkosten. Weitere Anwendungsbeispiele für stationäre Wärmeübertragungsberechnung: der Dauerbetrieb eines Motors oder Kessels oder der Zustand des Motors, nachdem die Änderungen der Temperaturen nach dem Start abgeklungen sind.

Instationäre (transiente) Vorgänge beinhalten Temperaturverteilungen im Bauteil, die sich mit der Zeit ändern. Diese Änderungen können sich z.B. auch ohne Wärmezuge- oder -abfuhr von außen durch die im Bauteil gespeicherte Wärme ergeben.

Typische Anwendungen sind Aufheiz- und Abkühlvorgänge wie z.B. das An- oder Abfahren eines Motors oder Kessels oder Erstarrungsvorgänge bei Gussbauteilen. Am Ende des An- oder Abfahrens nähern sich die Temperaturen asymptotisch einem stationären Zustand.

Bei transienten Problemen ändern sich die Temperaturen im Bauteil und damit die innere Energie in Abhängigkeit von der Zeit. Eine Energiebilanz muss die von außen zu- oder abgeführten Energien und die innere Energie berücksichtigen.

### 1.3 Lineare und nichtlineare Wärmeübertragung

Bei der Wärmeübertragungsberechnung werden die Temperaturen im Bauteil bestimmt, sie sind die Unbekannten der Berechnungsaufgabe.

Wenn die Eigenschaften des Bauteils, die hierbei maßgebend sind, und die aufgebrachten Lasten nicht von den Temperaturen abhängen, so liegt ein lineares Problem vor. Eine solche lineare Berechnungsaufgabe kann vom FE-Programm in einem Berechnungsschritt gelöst werden. Die Ergebnisse stehen mit den aufgeprägten Lasten in einem linearen Zusammenhang, d. h. für um den Faktor  $x$  geänderte Lasten ergeben sich auch um den Faktor  $x$  geänderte Resultate. Lineare Berechnungen werden überwiegend als gute ingenieurmäßige Abbildungen von Alltagsproblemen verwendet.

Im Gegensatz hierzu ist ein nichtlineares Problem gegeben, wenn die Bauteileigenschaften (im allgemeinen die Materialeigenschaften) oder die Lasten eine Funktion der Temperaturen sind. Zur Lösung einer solchen Aufgabe muss das FE-Programm iterativ vorgehen: mit angenommenen Anfangswerten für die Bauteileigenschaften oder die Lasten wird eine vorläufige Temperaturverteilung berechnet (1. Iteration), diese wird rückwärts zur Neubestimmung der Bauteileigenschaften oder der Lasten verwendet und damit eine neue Temperaturverteilung berechnet (2. Iteration) usw. Diese Iterationsschritte werden so lange fortgesetzt, bis hinreichend genau die Ausgangswerte und die resultierenden Werte der Temperaturverteilung der Iteration übereinstimmen (Konvergenz).

Die Wiederholung der Lösung des Gleichungssystems bei jeder Iteration erfordert entsprechend Rechenzeit, so dass nichtlineare Berechnungen nur in unvermeidbaren Fällen durchgeführt werden, also z. B. bei Phasenwechsel (Nichtlinearität durch Verdampfungswärme) oder bei nichtlinearen physikalischen Effekten (Strahlung).

### 1.4 Wärmeleitung (Konduktion)

Wärmeleitung (auch Konduktion, engl. conduction) ist ein physikalischer Effekt, bei dem zwischen benachbarten Molekülen eines Stoffes Schwingungsenergie und kinetische Energie der Leitungselektronen durch Stöße übertragen wird. Dieser Effekt ist nur im Inneren oder an Oberflächen, die sich direkt berühren, von Bedeutung, während in Flüssigkeiten und Gasen meistens andere Effekte (Konvektion) überwiegen.

Die für die Wärmeleitung maßgebende Stoffeigenschaft ist die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  (in Wärme pro Länge und Grad). Besonders hohe Werte ergeben sich für Stoffe wie Metalle, bei denen sowohl Schwingungsenergie zwischen den Atomrümpfen übertragen wird, zusätzlich aber auch frei bewegliche Leitungselektronen durch Stoßprozesse Energie transportieren. In elektrisch gut leitenden Metallen liegt bei nicht allzu tiefen Temperaturen eine Proportionalität zwischen der Wärmeleitfähigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit nach dem Wiedemann-Franz'schen Gesetz vor.

Generell lässt sich die Temperatur in einem Körper durch eine orts- und zeitabhängige Funktion darstellen, die hier  $T(x,y,z,t)$  genannt sein soll. Die Zeitabhängigkeit, durch die der Vorgang instationär oder transient wird, wird hier zunächst nicht weiter untersucht. Wenn die Temperatur örtlich nicht gleichmäßig verteilt ist, so strömt Wärme vom Bereich höherer Temperaturen zum Bereich tieferer Temperaturen.

Dieser Wärmestrom ist proportional zum örtlichen Gradienten der Temperatur, also zu  $-\text{grad } T$ . Das Vorzeichen resultiert aus der üblichen Definition, nach der der Gradient in Richtung von ansteigenden Temperaturen, also von tiefen zu hohen Temperaturen hin, positiv ist, jedoch der Wärmestrom hierzu entgegengesetzt gerichtet ist. Aus Beobachtungen wurde ein Proportionalitätsfaktor erkannt, der als Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  bezeichnet wird. Diese Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  [ $\text{W}/(\text{mK})$ ] ist eine spezifische Stoffeigenschaft, die im allgemeinen von der Temperatur abhängig ist, jedoch in vielen technischen Berechnungen näherungsweise als über der Temperatur konstant verwendet wird.

Mit der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ist die Wärmemenge angegeben, die pro Zeiteinheit durch ein Einheitsvolumen (Volumen mit Kantenlänge 1) fließt, wenn an zwei gegenüberliegenden Flächen eine Temperaturdifferenz von 1 Grad vorliegt. Typische Zahlenwerte sind in der nebenstehenden Tabelle beispielhaft genannt.

Ein Beispiel für Wärmeleitung ist eine Hauswand. Die Wärme wird durch den Stein der Wand von der warmen Innenseite zur kalten Außenseite geleitet, sie strömt von innen nach außen, es tritt ein Wärmestrom von innen nach außen auf. Der Temperaturgradient (-anstieg) zeigt von der kalten Aussenseite zur warmen Innenseite. Im Bauwesen wird im allgemeinen mit dem k-Wert [ $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ ] gearbeitet. Dieser Wert charakterisiert die Wärmeleitung quer durch die Wand, also durch alle Schichten des Mauerwerks von der Innen- zur Außenoberfläche.

Bezeichnung	Werkstoff Nr.	20°C	200°C	400°C	600°C
Reineisen	-	80,0	64,1	47,7	38,9
Unlegierter Baustahl	-	54,0	46,9	41,4	37,3
24 Cr Mo V 5 5	1.7733	40,6	35,2	41,4	36,0
X 10 Cr Al 24	1.4762	15,5	18,4	20,9	22,6
X 15 Cr Ni Si 20 12	1.4828	14,7	16,3	18,4	20,1

Tab. 1.4-1

Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  für einige Werkstoffe in [ $\text{W}/(\text{mK})$ ]

## 1.5 Wärmeübergang (Konvektion)

Mit Wärmeübergang (auch Konvektion, engl. convection) wird die Übertragung von Wärme bezeichnet, bei der Flüssigkeits- oder Gasteilchen Energie an einer Stelle aufnehmen, sich dann zu einer anderen Stelle hinbewegen und dort die Energie wieder abgeben (oder umgekehrt). Der Energietransport findet daher mit Hilfe von Materialtransport statt. In technischen Anwendungen sind überwiegend Fälle zu berücksichtigen, bei denen an den Oberflächen von festen Bauteilen ein Wärmeübergang zu der umgebenden Flüssigkeits- oder Gasmaterie erfolgt.

Im allgemeinen treten durch die Temperaturveränderung im umgebenden Fluid oder Gas Dichteänderungen und dadurch Auftriebskräfte auf. Wenn dadurch eine Bewegung des Fluids oder Gases entsteht, so liegt freie Konvektion vor. Im Gegensatz dazu wird von erzwungener Konvektion gesprochen, wenn nicht die Dichteunterschiede, sondern andere Einflüsse wie Pumpen, Ventilatoren oder Wind für die Bewegung maßgebend sind. Für die Konvektion ist die Grenzschicht des umgebenden Mediums an der Bauteiloberfläche von Bedeutung.

Bei der freien Konvektion ist die Bewegung des Mediums und die Ausbildung dieser Grenzschicht von den Ergebnissen der thermischen Analyse in vielfältiger Weise abhängig. Diese Analyse muss das umgebende Medium miteinbeziehen und über die thermischen Bedingungen hinaus auch fluiddynamische Bedingungen berücksichtigen. Typische Anwendungen der freien Konvektion sind Strukturen, die von einem nur wenig bewegten Medium umgeben sind. Wenn lokal das Medium erwärmt wird, ergibt sich ein Dichteunterschied zu kühleren Bereichen, es tritt eine Zirkulation und Strömungsbewegung auf (Naturumlauf in Kühlkreisläufen). Diese Fälle erfordern die Berücksichtigung der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen im Bereich des strömenden Mediums und zahlreiche zusätzliche Hinweise, die über den Umfang dieser Darstellung hinausgehen. Daher ist die freie Konvektion hier nicht weiter berücksichtigt, sondern es wird auf Darstellungen der Strömungsmechanik (Fluiddynamik) verwiesen.

Bei der erzwungenen Konvektion wird die Bewegung des Mediums von außen aufgezwungen. Dies kann beispielsweise durch Maschinen wie Pumpen oder Verdichter erfolgen. Damit ist die Bewegung des Mediums, die für die Temperaturgrenzschicht maßgebend ist, von äußeren Einflüssen vorgegeben und hängt nicht (oder nur in vernachlässigbarem Ausmaß) von den Größen der hier durchgeführten Berechnung ab. Für den konvektiven Wärmeübergang sind in diesem Fall der erzwungenen Konvektion nur die Temperaturen an den Rändern der Grenzschicht sowie ein Übergangskoeffizient (und natürlich die Oberfläche des Bauteils) maßgebend. Der Rand der Grenzschicht ist auf der einen Seite durch die Oberfläche des umströmten Körpers

gegeben. Dessen Oberflächentemperatur wird im weiteren  $T_w$ , also Temperatur der Wand, genannt. Der Rand der Grenzschicht auf der anderen Seite ist derjenige Mediumbereich, der von der Oberfläche so weit entfernt ist, dass der Grenzschichteinfluss abgeklungen ist. Diese Temperatur wird im weiteren  $T_F$ , also Temperatur des Fluids, genannt. Die erzwungene Konvektion stellt sich dann als linearer Effekt, abhängig von einem Übergangskoeffizienten, und der Fläche dar.

Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  ist im wesentlichen von der Dichte des umgebenden Mediums und der Strömungsgeschwindigkeit abhängig. Technisch infrage kommende Werte liegen im Bereich von 5 bis 10 W / (m<sup>2</sup> K) (für stehende Luft) bis 20000 W / (m<sup>2</sup> K) (für strömendes Wasser mit Kondensation). Insbesondere durch einen Phasenwechsel des umgebenden Mediums an der Bauteilwand (Verdampfung, Kondensation) kann der Zahlenwert des Wärmeübergangskoeffizienten stark beeinflusst werden.

Als Beispiel für Konvektion ist wieder die Hauswand verwendbar. Die Wärme wird durch den Stein der Wand von der warmen Innenseite zur kalten Außenseite geleitet. Aber was geschieht an der Wandoberfläche? Stellen Sie sich vor, Sie stehen im Innenraum und legen die Hand auf die Innenoberfläche der Wand. Die Oberfläche ist kälter als die Luft im Innenraum. Es liegt also bereits in der Luft ein Temperaturunterschied zwischen der Luft und der Wand vor. Der kühlende Einfluss der Wand ist in der Nähe der Wand (etwa 1 m) spürbar. Dieser Bereich ist die Grenzschicht, in der der konvektive Übergang erfolgt. Eine vereinfachte Berechnung dieses Überganges legt die Lufttemperatur im ungestörten Mittelbereich des Zimmers zugrunde und berücksichtigt die Grenzschicht durch einen Wärmeübergangswert  $\alpha$ .

## 1.6 Wärmestrahlung

Bei der Wärmestrahlung (auch Temperaturstrahlung, engl. radiation) erfolgt die Wärmeübertragung durch elektromagnetische Wellen im sichtbaren und im ultraroten Wellenlängenbereich (Wellenlänge 0,35 bis 10  $\mu\text{m}$ ). Hierbei ist kein Trägermedium erforderlich, so dass also auch Wärme im Vakuum übertragen werden kann. Es ist aber eine direkte Sichtverbindung erforderlich, Hindernisse unterbrechen den Strahlungswärmeaustausch. Feste, flüssige und einige gasförmige Stoffe geben diese Strahlung ab oder nehmen sie auf. Für FE-Anwendungen im technischen Alltag ist jedoch im allgemeinen die Wärmeübertragung durch Strahlung von der "Sender"-Oberfläche des Bauteils an die Umgebung oder an eine andere "Ziel"-Oberfläche des Bauteils von Bedeutung. Die durch Strahlung übertragene Wärmemenge hängt von physikalischen Eigenschaften des Oberflächenmaterials (Emissionsgrad  $\epsilon$ ), der geometrischen Anordnung der "Sende"- und der "Ziel"-Oberfläche (Sichtfaktor) und der Größe der Flächen ab.

Die physikalischen Eigenschaften des Materials bestimmen, welche Anteile einer auf das Bauteil auftreffenden Strahlung absorbiert (im Material aufgenommen), reflektiert (an der Oberfläche zurückgeworfen) oder transmittiert (durch das Material durchgelassen) werden. Bei technischen Anwendungen überwiegen diejenigen Materialien, die nicht durchlässig sind. Daher werden im weiteren nur Absorption und Reflexion betrachtet. Nach dem Kirchhoffschen Gesetz ist das Emissionsvermögen eines Körpers gleich seinem Absorptionsvermögen, so dass für die Abgabe und die Aufnahme von Wärmestrahlung ein einziger Kennwert die Oberfläche charakterisiert: der Emissionsgrad  $\epsilon$ . Dieser dimensionslose Wert gibt den Anteil der abgegebenen oder aufgenommenen Energie an der Gesamtenergie an und liegt nach

Bezeichnung	Oberfläche	$\epsilon$
Aluminium	roh	0,07
	poliert	0,05
Blei	grau oxidiert	0,28
Kupfer	poliert	0,04
	schwarz oxidiert	0,78
Messing	poliert, blank	0,05
	rohe Walzfläche	0,07
	frisch abgeschmirgelt	0,20
Eisenblech	frisch abgeschmirgelt	0,24
	verrostet	0,69
	verzinkt	0,23
Stahlblech	Walzhaut	0,66
	Oxidschicht	0,24

Tab. 1.6-1 Emissionsgrad  $\epsilon$  für einige Werkstoffe und Bedingungen, Anhaltswerte

Dubbel /9/ im Bereich von z. B. 0,04 (Kupfer, poliert) und 0,970 (schwarzer Lack, matt).

Die geometrische Anordnung der Oberflächen, an denen Wärmestrahlung auftritt, muss nach photometrischen Grundsätzen berücksichtigt werden. Die Energie wird von der Sender-Oberfläche in den darüber befindlichen Halbkugelraum abgestrahlt. Der Energieanteil, der auf eine Ziel-Oberfläche auftrifft, ist abhängig von der Größe der Ziel-Oberfläche, dem Abstand beider Flächen voneinander und der Orientierung beider Flächen zueinander. Zusätzlich ist zu beachten, dass sich die Strahlung nur geradlinig ausbreitet, also eventuelle Hindernisse oder verdeckende andere Bauteile zu berücksichtigen sind (analog zu einer "hidden line" Darstellung).

Bei Beispielen für den Einfluss von Wärmestrahlung ist es häufig schwierig, konvektive Anteile abzutrennen. In evakuierten Räumen ist Konvektion ausgeschlossen und ausschließlich Strahlung wirksam, aber wer hat schon im Alltag mit Vakuum zu tun? Ein interessantes Beispiel aus dem Alltag sind vereiste Autoscheiben im Winter. Manchmal müssen die Scheiben freigekratzt werden, obwohl die Lufttemperatur immer noch gering über  $0^\circ\text{C}$  ist. Oder nur die Front- und Heckscheibe (die geneigt sind) sind vereist, während die Seitenscheiben frei sind. Warum? Weil die Wärmeabstrahlung zum Weltraum (vorwiegend nach oben gerichtet) für eine zusätzliche Wärmeabfuhr sorgt.

### 1.7 Wärmequellen und -senken

Die bisher genannten Effekte der Wärmeleitung, des Wärmeüberganges und der Wärmestrahlung betreffen Wärmeströme, die an den Grenzen eines Kontrollbereiches im Bauteil (also an den Oberflächen eines infinitesimalen Volumens  $dx dy dz$ ) untersucht und bilanziert werden. Diese Effekte hängen mit Temperaturdifferenzen zusammen.

In technischen Anwendungen können darüber hinaus Bedingungen vorliegen, durch die an bestimmten Orten des Bauteils bekannte Wärmemengen zu- oder abgeführt werden. Diese örtliche Wärmezu- oder -abfuhr kann entweder an Punkten auftreten oder über Oberflächen oder gar im Volumen verteilt sein.

Beispiele hierfür sind elektrische und elektronische Bauteile, die an einem Punkt des Bauteils Wärme entwickeln und dort einleiten. Brenner können an den Oberflächen Energie zuführen. Im Bauteilvolumen kann etwa durch elektrische (Stromwärmeverluste), chemische (exotherme Reaktionen, z. B. Aushärten von Beton) oder kernphysikalische (Absorption von Neutronen oder anderen Strahlen) Effekte Wärme erzeugt werden. Je nachdem, ob Energie zu- oder abgeführt wird, liegen dadurch Wärmequellen oder -senken vor. Wärmequellen oder -senken sind in der mathematischen Aufbereitung und der numerischen Lösung der thermischen Analyse in der Wärmebilanz mitzuerfassen.

### 1.8 Wärmekapazität und -speicherung

Wärmespeicherung ist ein Effekt, der im Volumen des Bauteils auftritt. Durch eine Erwärmung oder Abkühlung des Bauteils oder eines Kontrollvolumens ergibt sich eine Zu- oder Abnahme der darin enthaltenen thermischen Energie.

Das Wärmespeichervermögen ist materialabhängig und wird im allgemeinen über die spezifische Wärmekapazität  $c_p$  definiert. Der Wert stellt die Wärmemenge dar, die benötigt wird, um eine Masseneinheit des Materials um eine Temperatureinheit zu erwärmen. Für Stahl z.B. liegt der Zahlenwert der spezifischen Wärmekapazität etwa bei  $500 \text{ J} / (\text{kg K})$ , für Wasser bei etwa  $4000 \text{ J} / (\text{kg K})$ . Mit diesem Wert und der Dichte  $\rho$  (Masse/Volumen) ist die Wärmekapazität von festen Stoffen und im allgemeinen von flüssigen Stoffen ausreichend beschrieben.

Gasförmige und kompressible Stoffe, für die weitere Angaben über die Zustandsänderung erforderlich wären, werden hier nicht betrachtet.

Durch eine Temperaturänderung über der Zeit ergibt sich eine Änderung der in Abhängigkeit von der Wärmekapazität gespeicherten Wärme. Dieser Effekt ist somit nur maßgebend für zeit-abhängige, instationäre thermische Analysen.

## 1.9 Phasenübergang

Bei einem Phasenübergang nimmt ein Körper Energie auf oder gibt sie ab, ohne dabei wesentlich seine Temperatur zu verändern. Wechselt ein Stoff z.B. von der festen in die flüssige Phase (Schmelzen), so ist Energie notwendig, um den Atom- bzw. Molekülverband der festen Phase aufzulösen. In diesem Fall nimmt der Stoff ohne wesentliche Temperaturänderung Energie auf. Erst wenn dieser Vorgang abgeschlossen ist, kann eine weitere Energiezufuhr zur weiteren Erwärmung dienen. Beim Phasenübergang in umgekehrter Richtung, also von flüssig nach fest (Erstarrung), wird diese Energie dann wieder freigesetzt. Sie wird abgegeben, ohne dass sich der Stoff wesentlich abkühlt. Diese ohne Temperaturänderung aufgenommene oder abgegebene Energie wird als latente Wärme  $H_{\text{Lat}}$  bezeichnet.

Der Phasenübergang findet bei technisch interessanten Stoffen an einem Temperaturpunkt oder innerhalb eines sehr schmalen Temperaturintervalles statt. Diese Temperatur wird je nach Art des Phasenüberganges Schmelzpunkt (Übergang fest-flüssig), Erstarrungspunkt (Übergang flüssig-fest), Siedepunkt (Übergang flüssig-gasförmig) und Tau- oder Kondensationspunkt (Übergang gasförmig-flüssig) genannt. Weitere Besonderheiten wie Tripelpunkt oder der direkte Übergang fest-gasförmig werden hier nicht weiter behandelt, da sie für den Berechnungsalltag des Ingenieurs nur von untergeordneter Bedeutung sind.

Bei Metallen und metallischen Legierungen liegt häufig ein Temperaturintervall vor, in dem der Phasenübergang zwischen fest und flüssig stattfindet. Die Grenzen des Intervalls werden als Solidus- und Liquidustemperatur bezeichnet. Beim Erstarren einer Schmelze kühlt das Material ab, bis der Liquiduspunkt erreicht ist. Dann beginnt die Kristallisation unter Freisetzung von Energie. Bei weiterer Energieabfuhr erfolgt gleichzeitig diese Kristallbildung sowie eine weitere Abkühlung. In diesem Zustand liegt ein breiförmiges Gemisch von Schmelze und Kristallen vor. Das Verhältnis der Anteile von Schmelze zu Kristallen ist temperaturabhängig. Erst bei Erreichen und Unterschreiten der Solidustemperatur liegt ein vollständig erstarrtes Material vor. Bei Metallen (z.B. Stahl) ist bei Gefügeumwandlungen ebenfalls eine latente Wärme zu berücksichtigen. Solche Gefügeumwandlungen sind Änderungen des kristallinen Aufbaus im Material. Diese Änderungen sind vielfach endo- oder exotherm. Eine Berücksichtigung in der numerischen FEM-Simulation erfolgt genauso wie ein Phasenübergang durch eine nichtlineare, von der Temperatur abhängige Funktion der Materialwerte, die das Wärmespeichervermögen des Materials beschreiben (im allgemeinen die Enthalpie ENTH, seltener die spezifische Wärmekapazität C).

Die Berücksichtigung des Phasenüberganges in der numerischen Berechnung erfolgt durch eine nichtlineare, von der Temperatur abhängige Funktion der Materialdaten.

Von den hier diskutierten Fällen zu unterscheiden sind Aufgaben, bei denen der Phasenwechsel am Modellrand auftritt, z.B. an der Oberfläche eines Verdampferrohres oder einer Kühlerfläche. Dieser Phasenwechsel betrifft dann die Randbedingungen des Modells. Die Berücksichtigung erfolgt dann z.B. über eine nichtlineare, von der Temperatur abhängige Funktion des Wärmeübergangskoeffizienten bei einer konvektiven Randbedingung. Diese Vorgehensweise ist beispielsweise geeignet, um den relativ geringen Wärmeübergang zu Dampf, den sehr viel höheren Wärmeaustausch bei Kondensation und den hohen Wärmeübergang zu Wasser zu erfassen. Diese Vorgehensweise ist daher als Sonderfall der Konvektion anzusehen, die Abschnitte 2.5.1 und 2.5.2, die die Berechnung des Phasenüberganges im Berechnungsmodell und die latente Wärme im Material berücksichtigen, treffen somit hierfür nicht zu.