

Nachweis der Festigkeit für Bauteile mit Defekten

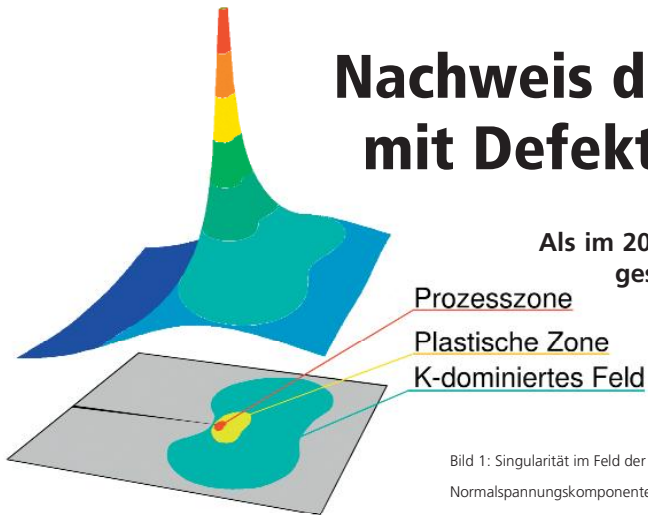


Bild 1: Singularität im Feld der Normalspannungskomponente rechtwinklig zum Riss.

Als im 20. Jahrhundert katastrophale Schäden infolge Sprödbrech an geschweißten Brücken und Schiffen sich häuften, entwickelte sich eine eigene Fachrichtung, die Bruchmechanik, als Wissenschaft vom Verhalten rissbehafteter Körper. Ihren großen Aufschwung erlebte die Bruchmechanik im Zusammenhang mit der Auslegung von Komponenten der Kernergietechnik.

Ausgangspunkt bruchmechanischer Überlegungen ist die Vorstellung, dass in jedem Bauteil rissähnliche Defekte vorhanden sind, unter anderem Lunker und Einschlüsse, oder dass Risse im Betrieb zum Beispiel durch Werkstoffermüdung entstehen. In der Bruchmechanik werden Kriterien erstellt, die die Vergrößerung eines vorhandenen Risses bei gegebener Geometrie und Belastung beschreiben. Die Bruchmechanik ergänzt somit die herkömmliche Festigkeitsrechnung und Werkstoffprüfung mit einer besseren Aussage über die Sicherheit gegen Bruch.

An der Risspitze treten Beanspruchungen des Werkstoffes auf, die sich erheblich von denjenigen eines ungerissenen Bauteils unterscheiden. Ermittelt man die Beanspruchung auf der Basis der linearen Elastizitätstheorie existiert in der Umgebung der Risspitze sogar ein singuläres Beanspruchungsfeld. An der Risspitze ergeben sich unendlich hohe Spannungen und Dehnungen. Das elastizitätstheoretische Maß für die Stärke der Beanspruchung des Werkstoffes an der Risspitze ist der Spannungsintensitätsfaktor K .

Das Bild 1 zeigt, wie die Spannung in der Umgebung der Risspitze gegen Unendlich strebt. Die Gestalt dieses singulären Feldes ist für alle Risse dieselbe. Dabei ist lediglich zwischen den drei möglichen Rissöffnungsmodi zu unterscheiden (Bild 2). In der Praxis spielt dabei der Modus I die entscheidende Rolle, unter anderem weil sich das Wachstum eines langen Ermüdungsrisses überwiegend so einstellt, dass lokal an der Rissfront ein Modus-I-Zustand

entsteht. Bei der Führung von Festigkeitsnachweisen besteht die bestens bewährte Praxis darin, den auftretenden Beanspruchungen die Beanspruchbarkeiten gegenüber zu stellen. Bei defektbehafteten Strukturen scheidet klassische Spannungsvergleiche aus, denn bei einer Singularität streben alle Werte an der Rissfront gegen Unendlich. In der linear elastischen Bruchmechanik werden daher nicht einzelne Spannungswerte miteinander verglichen, sondern ganze Spannungsfelder. Dies funktioniert so lange, wie die Gestalt der miteinander verglichenen Felder identisch ist. Wie oben erwähnt, ist dieses Ähnlichkeitskriterium innerhalb einzelner Modi erfüllt. Mit dem Spannungsintensitätsfaktor für beispielsweise den Modus I hat man einen skalaren Wert in der Hand, K_I , der die Stärke des Spannungsfeldes misst.

Die Beanspruchbarkeiten kommen aus dem Prüflabor. Dies bedeutet, dass für eine bruchmechanische Bewertung Proben mit Riss geprüft werden müssen. Deren Versagen gibt Auskunft über den kritischen Spannungsintensitätsfaktor, K_{mat} . Der einfachste bruchmechanische Festigkeitsnachweis läuft darauf hinaus, dass K_I um einen festzulegenden Faktor kleiner als K_{mat} zu sein hat. Das Bruchkriterium lautet

$$K_I = K_{mat} \quad (1)$$

Bei dieser Art der Nachweisführung scheint man die Existenz unendlich großer Spannungen in Kauf zu nehmen. Klar ist, dass solche hohen Spannungen in der Realität nicht vorkommen können. Sie sind eine Folgeerscheinung der Anwendung der linearen Elastizitätstheorie in einem Bereich in der Nähe der Rissfront, wo ihre Grundvoraussetzungen, kleine Verzerrungen und linear elastisches Materialverhalten, mit Sicherheit nicht eingehalten sind. Der Werkstoff bildet eine plastische Zone an der Rissfront aus (Bild 1) und die Rissspitzengeometrie ändert ihre Gestalt grundlegend vom Endpunkt eines mathematischen Schnitts in eine ausgerundete, scharfe Kerbe. Trotzdem wird das oben aufgeführte Nachweisformat nicht sofort obsolet. Die Nachweisführung über Spannungsintensitätsfaktoren geht so lange gut, wie das so genannte Einbettungskriterium erfüllt ist. Ist die plastische Zone klein und somit eingebettet in ein K -dominiertes Feld, kann mit Recht argumentiert werden, dass bei gleichartigem K -dominierten Feld auch die eingebetteten plastischen Zonen gleich sind und damit das Eintreten eines Bruchs auf der Basis des einbettenden, K -dominierten Feldes bewertet werden kann.

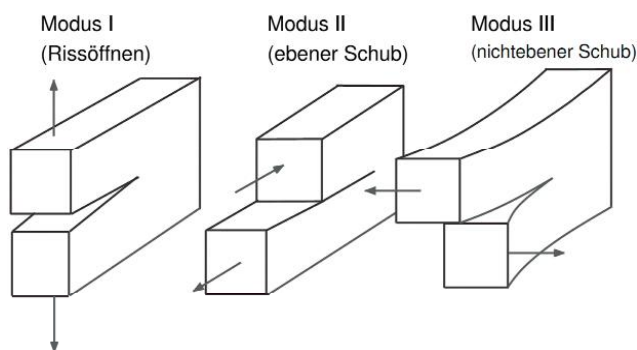


Bild 2: Die Grafiken verdeutlichen die drei möglichen Rissöffnungsmodi.

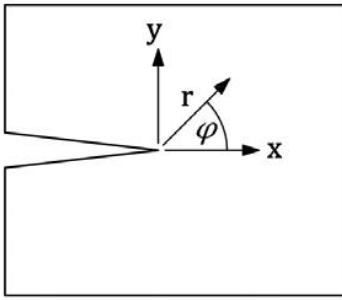


Bild 3: Koordinaten Risspitzennahfeld.

Auch bei Verletzung des Einbettungskriteriums spielt der Spannungsintensitätsfaktor noch eine große Rolle als Eingangsgröße für eine Plastizitätskorrektur. Deshalb ist es für den festigkeitsverantwortlichen Ingenieur von über-

ragender Bedeutung, zu allererst den Spannungsintensitätsfaktor realitätsnah zu bestimmen. Sehr viele Konfigurationen sind in den letzten Jahrzehnten schon berechnet worden, deren Ergebnisse in der Fachliteratur vielleicht auch gefunden werden können. Das zweibändige „Stress Intensity Factors Handbook“ von Murakami und Mitarbeitern (Pergamon Press) sollte zuerst konsultiert werden, vielleicht zusammen mit der Sammlung in den Empfehlungen

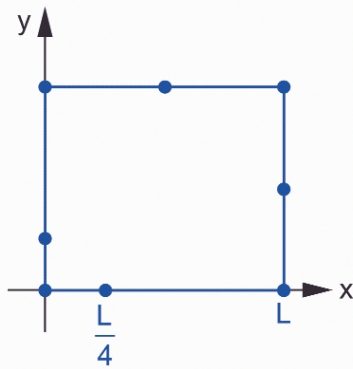


Bild 4: Singuläres Risspitzenelement.

„FITNET Fitness-for-Service“ von Koçak und Mitarbeitern (GKSS Research Centre Geesthacht). Erfahrungsgemäß unterscheidet sich jedoch ein aktuell zur Bewertung anstehender Fall mehr oder weniger von den Fällen mit veröffentlichter Lösung. Gelegentlich hilft dann eine mechanische Modellbildung in dem Sinne, dass durch begründete Überlegungen die Äquivalenz von aktuellem und bekanntem Fall hergestellt wird. Hinweise dazu sowie zu den wichtigen widerstandsseitigen Materialkennwerten können der FKM-Richtlinie „Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“ und dem „British Standard 7910“ entnommen werden.

In der Regel führt jedoch fast kein Weg an der numerischen Bestimmung des Spannungsintensitätsfaktors vorbei. Dies ist alles andere als trivial, denn mit endlich begrenzten numerischen Mitteln muss die Stärke einer Singularität bestimmt werden (Bild 3).

Da die Spannungen prinzipiell mit einem größeren Fehler als die Verschiebungen behaftet sind, werden standardmäßig die Verschiebungen, zum Beispiel auf dem Rissufer ausgewertet. Einige kommerzielle Programmsysteme stellen spezielle Software-Werkzeuge für diese Auswertung zur Verfügung. Man lässt sich Wertepaare für den Abstand von Rissuferknoten von der Risspitze, r_i , mit zugehöriger Verschie-

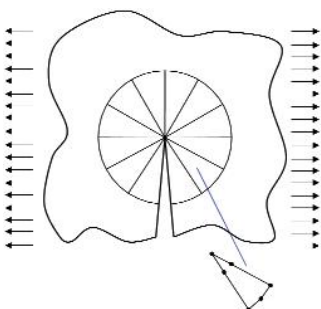


Bild 5: Risspitzenvernetzung.

bung, v_i , ausgeben. Die Verbindung zum Spannungsintensitätsfaktor schafft die Gleichung

$$v = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa + 1) \tag{2}$$

mit: $\kappa = 3 - 4\nu$ Ebener Dehnungszustand
 $\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$ Ebener Spannungszustand

Mit den Wertepaaren aus der Numerik lässt sich über eine Regressionsrechnung der Proportionalitätsfaktor, K_I , identifizieren. Die Unabhängigkeit des Ergebnisses von der gewählten Elementgröße ist durch eine ausreichende Netzverfeinerung nachzuweisen. Allzu dichte Netze können durch Verwendung spezieller Risspitzenelemente vermieden werden. Dazu werden die risspitzenangrenzenden Mittelknoten eines isoparametrischen 8-Knoten-Elements in die Seiten-Viertelspunkte verschoben (Bild 4). Solche Elemente sind besonders gut als Risspitzenelemente geeignet, da die mit ihnen beschriebene Verschiebung sich der dort vorhandenen optimal anpasst.

Die empfohlene gesamte Vernetzung in der Nähe der Risspitze gemäß Bild 5 gerät damit etwas aufwändiger. Sie wird jedoch auch von geeigneter Preprozessor-Software unterstützt.

Mit Gleichung (1) ist ein sehr lokales Bruchkriterium formuliert worden. Es operiert mit Spannungsfeldern in unmittelbarer Umgebung einer Risspitze oder Rissfront. Historisch betrachtet sind jedoch globale, auf Energiebetrachtungen fußende Bruchkriterien viel früher von Griffith vorgeschlagen worden. Die Energiekriterien basieren auf der Tatsache, dass ein rissbehaftetes mechanisches System potenzielle Energie, U , verliert, wenn der Riss wächst. Die maßgebende mechanische Größe ist die auf die neu erzeugte Rissfläche, A , bezogene, bei Risswachstum freigesetzte Energie, das heißt die Energiefreisetzungsrate, G ,

$$G = - \frac{dU}{dA} \tag{3}$$

In Griffiths ursprünglicher Interpretation tritt ein instabiles Risswachstum ein, wenn das mechanische System genügend Energie zur Verfügung stellt, um neue Oberfläche zu bilden. Die Interpretation geht bei der Anwendung auf elastisch-plastisch verformbare Materialien darüber hinaus. Die Energiefreisetzungsrate wird als Differenz des energetischen Gehalts zweier benachbarter Zustände mit gegebenenfalls großen plastischen Verformungen in Risspitzennähe angesehen.

Im Gültigkeitsbereich der linearen Elastizitätstheorie kann die Identität

$$K^2 = E' \cdot G \tag{4}$$

mit: $E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$ Ebener Dehnungszustand
 $E' = E$ Ebener Spannungszustand

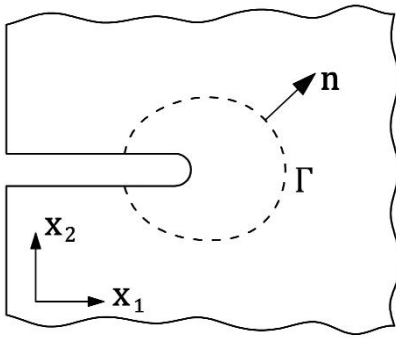


Bild 6: Integrationspfad um eine Korb- beziehungsweise Rissstruktur.

abgeleitet werden. Dies eröffnet vielerlei Möglichkeiten zur effizienten Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors. Die Energiefreisetzungsrates kann aus dem Vergleich des energetischen Zustands zweier Strukturen, Zustände 1 und 2, mit um Δa unterschiedlichen Riss-

längen berechnet werden. Eine besonders elegante Methode verwendet für beide Strukturen eine identische Vernetzung, nur die Randbedingung für den Risspitzenknoten der ersten Struktur wird auf frei verschieblich für die zweite Struktur geändert.

Um den etwas längeren Riss ausgehend vom Zustand 2 zu schließen, so dass sich der Zustand 1 einstellt, muss genau die Knotenkraft, F_v , des Zustands 1 aufgebracht werden. Dabei leistet diese Kraft eine Arbeit an der gegenseitigen Verschiebung der Knoten, v_t , wie sie sich in Zustand 2 eingestellt hat. Umgekehrt wird diese Energie frei, wenn die Struktur vom Zustand 1 nach 2 übergeht. Wegen des linearen Zusammenhangs zwischen Kraft und Verschiebung ist die frei gesetzte Energie

$$\Delta U = \frac{1}{2} F_t v_t \quad (5)$$

Verwendet man Elemente mit linearer Formfunktion, ist der Risslängenzuwachs Δa gleich der Elementkantenlänge, e , auf der Rissufer-Ligament-Linie. Die Energiefreisetzungsrates ergibt sich damit zu

$$G = \frac{F_t v_t}{2e} \quad (6)$$

Die Methode wird als „Virtual Crack Closure Integral“ bezeichnet. Einen Schritt weiter geht die Methode des so genannten „Modified Virtual Crack Closure Integral“ (MVCCI). Die Modifikation besteht darin, gar keinen zweiten Zustand mehr zu berechnen, sondern für v_t in Gleichung (6) die gegenseitige Verschiebung der letzten Rissuferknoten des Zustands 1 zu verwenden. Das geht gut, solange die Elemente nicht zu groß sind. Das MVCCI stellt derzeit wohl ein Optimum hinsichtlich Aufwand und Genauigkeit bei der numerischen Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors dar.

Der am weitesten verbreitete Parameter zur Bewertung der Risspitzenbeanspruchung in der elastisch-plastischen Bruchmechanik ist das so genannte J-Integral. Bei (nicht-) linear-elastischem Werkstoffverhalten gilt die Identität $J = G$. Zur Berechnung wird ein Integrationspfad, der die Risspitze vollständig umschließt, entsprechend Gleichung (7) ausgewertet (Bild 6). Diese Numerik wird in vielen FE-Programmsystemen postprozessorseitig unterstützt.

$$J = \int_{\Gamma} (W \cdot dx_2 - \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} \cdot ds)$$

- mit: $W =$ Dehnungsenergiegedichte $\int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$
- $\mathbf{n} =$ Normaleneinheitsvektor (7)
- $\mathbf{t} =$ Spannungsvektor
- $\mathbf{u} =$ Verschiebung
- $ds =$ Linienelement

Ein Bruchkriterium der elastisch-plastischen Bruchmechanik lautet

$$J = J_R(\Delta a) \quad (8)$$

worin Berücksichtigung findet, dass der Widerstand des Werkstoffs, J_R , in der Regel mit der Rissverlängerung, Δa , ansteigt.

Eine Möglichkeit zur Vermeidung einer nicht-linearen Berechnung bei der Anwendung von Gleichung (8) besteht darin, beidseits der Nachweisgleichung (8) zu einem Parameter der linear elastischen Bruchmechanik, also K , zurückzukehren. Auf der linken Seite gelingt dies formal mit Gleichung (4) und der Identität $J = G$. Auf der rechten Seite müssen Korrekturfunktionen, f , eingeführt werden, die vom Plastizierungsgrad,

$$L_r = \frac{F}{F_y} \quad (9)$$

abhängen, also dem Verhältnis der Belastung F zur Fließlast F_y . Die Bewertung der Bauteilsicherheit kann nunmehr mit dem Failure-Assessment-Diagramm (FAD) erfolgen (Bild 7). Dargestellt werden die normierten Widerstandsgrenzkurven, K_r ,

$$K_r = \frac{K_r}{K_{mat}} = f(L_r) \quad (10)$$

als Funktion vom Plastizierungsgrad. Für Stähle mit ausgeprägtem Lüders-Plateau kann die einfache Formel

$$f(L_r) = \left[1 + \frac{1}{2} L_r^2 \right]^{-1/2} \quad (11)$$

mit: $L_{r,max} = 1,0$

verwendet werden. Liegt der Bewertungspunkt – man berechnet die vorhandenen Verhältnisse K / K_{mat} und F / F_y – innerhalb des durch die Schadensgrenzkurve definierten Bereichs, kann der Betrieb des Bauteils als sicher angesehen werden.

Durch die Implementierung der Berechnungsalgorithmen zur Bestimmung der bruchmechanischen Beanspruchungsparameter K beziehungsweise J in die numerischen Näherungsverfahren ist die Anwendbarkeit der Bruchmechanik erheblich gestiegen. Das Bild 8 zeigt beispielsweise das Modell eines geschweißten Stahlträgers mit halber Kopfplatte, wie er standardmäßig beim Bau von Parkhäusern verwendet wird. Der Steg enthält ausgehend vom Kopfplattenende einen Riss, der beim Feuerverzinken entstehen

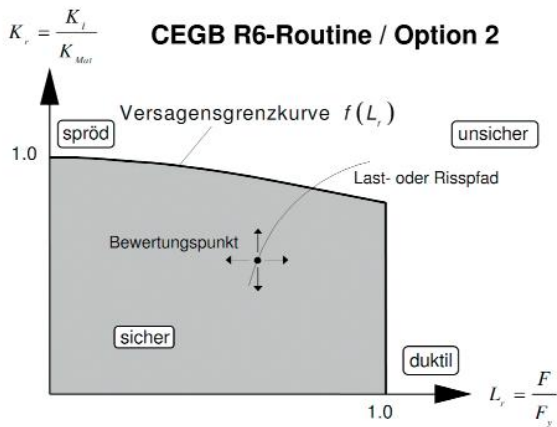


Bild 7: Failure-Assessment-Diagram.

kann, wenn ungünstige Schweißbeigenspannungen, Eintauchbedingungen in das Zinkbad und Zinkschmelzenzusammensetzungen zusammentreffen. Neuere Regelwerke enthalten Optionen zur Anwendung bruchmechanischer Methoden, um auch solche Situationen bewerten zu können. Die FKM-Richtlinie und der „British Standard 7910“ wurden schon genannt. Im Stahlbau kommt die „Euronorm 1993“ zur Anwendung, die in Teil 10 auch eine solche Option eröffnet.

Die numerischen Werkzeuge sind inzwischen soweit entwickelt, dass auch das Ermüdungsrisswachstum verfolgt werden kann. Dabei tritt anstelle des Bruchkriteriums ein Risswachstumsgesetz, das die Risslängenzunahme bei einem Lastwechsel, da/dn , in Beziehung setzt zur Schwingweite des Spannungsintensitätsfaktors, ΔK . Üblicherweise kommt ein einfaches Potenzgesetz zum Ansatz, das auch als Paris-Gesetz bezeichnet wird,

$$\frac{da}{dn} = C \cdot \Delta K^m \quad (12)$$

Die werkstoffspezifischen Konstanten C und m müssen im Labor gemessen werden.

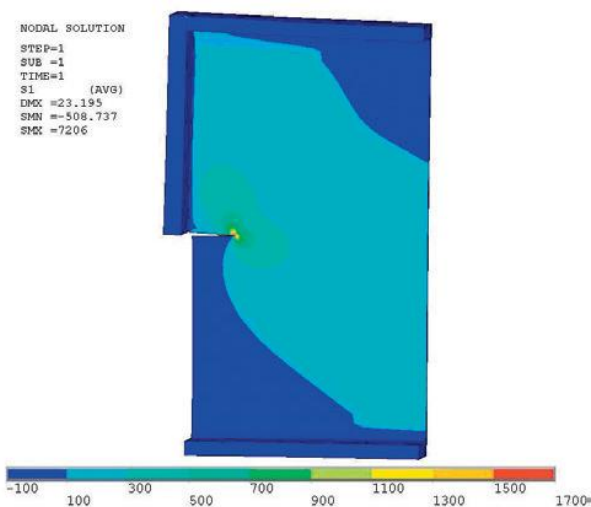


Bild 8: Stahlträger mit Riss an aufgeschweißter halber Kopfplatte.

Bei der Bestimmung der Anfangs-Rissgeometrie sollte üblicherweise mit den Kollegen aus der zerstörungsfreien Prüfung kommuniziert werden. Wichtig ist zu erfahren, wie groß ein gerade noch übersehener Defekt sein kann und nicht wie klein der jemals gefundene Defekt war. Für diesen möglicherweise übersehenen Riss lässt sich das Ermüdungsrisswachstum durch Integration der Gleichung (12) bei Ansatz der Betriebsbelastung auf das Bauteil ermitteln. Dies erfordert ein sehr häufiges numerisches Berechnen von Spannungsintensitätsfaktoren. Im Verlauf der Ermüdungsriss-simulation muss ständig überprüft werden, ob bei der Oberlast eines Lastwechsels die Bruchbedingung erfüllt ist. Aus dem Ergebnis solcher Simulationen können sinnvolle Inspektionsintervalle abgeleitet werden, natürlich unter Einbeziehung von Sicherheitsbetrachtungen. Die Anwendung zum Beispiel in der Luftfahrt beweist, dass sich mit dieser Auslegungsphilosophie akzeptiert sichere Strukturen im großtechnischen Maßstab betreiben lassen. Da der Fortschritt in der Technik künftig die heimlichen Tragreserven im Maschinen-, Fahrzeug- und Stahlbau weiter reduzieren wird, ist damit zu rechnen, dass bruchmechanische Festigkeitsbewertungen zunehmend häufiger auf die verantwortlichen Ingenieure zukommen werden.

Autoren

Dipl.-Ing. Christian Versch, Prof. Dr.-Ing. Michael Vormwald
 Fachgebiet Werkstoffmechanik, Technische Universität Darmstadt

Information

CAD-CAM ENGINEERING REPORT

Hinweis: Dieser Beitrag ist Teil einer aktuellen Serie zur FEM in der Fachzeitschrift CAD-CAM Report und erfolgt mit freundlicher Genehmigung der Redaktion.
www.plm-it-business.de

Prof. Dr.-Ing. Michael Vormwald, Jahrgang 1957, ist Leiter des Fachgebietes Werkstoffmechanik am Institut für Stahlbau und Werkstoffmechanik an der TU Darmstadt. Seine Forschungsschwerpunkte Betriebsfestigkeit, Bruchmechanik und Materialgesetze vermittelt er zudem als Lehrbeauftragter an der esocae (European School of Computer Aided Engineering Technology) den dortigen Master-Studierenden. Er ist Honorary Member der TechNet Alliance. (www.technet-alliance.com)

Dipl.-Ing. Christian Versch ist wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Prof. Vormwald mit den Forschungsschwerpunkten Bruchmechanik und Schweißverbindungen.

Zusatzinformation