Serie: FEM für Mediziner und Biomechaniker

In der Serie „FEM für Mediziner und Biomechaniker“ werden die Grundlagen der *Finite-Elemente-Methode* (FEM) erläutert. Entsprechend dem Fokus der **came** werden hier die wesentlichen Eigenschaften der FEM anschaulich dargestellt. Das ermöglicht einem FEM-Fremden, z. B. einem Arzt, die Qualität einer FEM-Simulation zu beurteilen. Dieses Wissen hilft, beispielsweise Beiträge zum Thema FEM auf Konferenzen oder in Veröffentlichungen qualitativ einzuordnen und FEM-spezifische Begriffe richtig zu verstehen. Damit wird das interdisziplinäre Arbeiten gefördert.

In dieser Artikelserie wurden bisher die FEM-Grundlagen (**came** 1/2011) anschaulich dargestellt, der Lösungsablauf an einem Handrechenbeispiel im Detail erläutert (**came** 2/2011 und 3/2011), die Idealisierung für ein Beispiel der Zahnmedizin (**came** 1/2012) und der Lösungsablauf von nichtlinearen Simulationen gezeigt (**came** 2/2012) sowie Hinweise zur Erstellung von medizinischen FEM-Modellen (**came** 1/2013) gegeben.

In diesem Teil werden mechanische Eigenschaften eines FEM-Modells des humanen Unterarmes erläutert. Insbesondere werden die Begriffe

- statische Bestimmtheit,
- weg- oder kraftgesteuerte Belastung und
- kleine oder große Verschiebungen

erläutert.

Die hier *unterstrichen und kursiv gezeigten Begriffe* finden Sie ausführlicher im Internet bei **www.cadfem-wiki.com** erläutert. Geben Sie dort den **Suchbegriff oben rechts** ein.

Teil 7

Mechanische Eigenschaften eines Finite-Elemente-Modells des humanen Unterarmes

C. Groth*

$$\overline{\Pi} = \frac{1}{2}\sum_{e}\{u\}^T\cdot[K]\cdot\{u\} - \{u\}^T\cdot\{F\}$$

1 Motivation und Zielsetzung

Eine Simulation erfordert eine *Idealisierung*, das heißt eine „Übersetzung“ der Aufgabenstellung, sodass diese sich per Dateneingabe in einem numerischen Modell erfassen lässt. Dabei muss entsprechend der Aufgabenstellung das Wesentliche einbezogen und Unwesentliches vernachlässigt werden. Die Idealisierung betrifft „innere“ mechanische Eigenschaften (wie Geometrie, *Materialdaten* und innere Verbindungen) und äußere Einwirkungen (*Randbedingungen* wie *Festhaltungen* und *Kräfte*). Die mechanischen Eigenschaften des Modells, das dadurch entsteht, haben Auswirkungen auf die numerischen Algorithmen, die bei der Lösung der Simulationsaufgabe ausgeführt werden, und auf die Ergebnisse. Hierzu werden wir Details darstellen.

Nach der *Idealisierung* und *Diskretisierung* des Simulationsmodells sind für die numerische *Lösung* einige Einstellungen zu wählen. Dazu werden wir Vorgaben zu Lösungseinstellungen für *Geometrie-Nichtlinearitäten* beschreiben.

Als Beispiel wird hier ein Modell des humanen Unterarms verwendet. Das Modell umfasst die Knochen und deren Gelenkverbindungen und damit Modellteile, die zusammen das Simulationsmodell darstellen. An diesem Modell können einige mechanische Eigenschaften besonders gut verdeutlicht werden. Außerdem wird aufgezeigt, wie möglichen Problemen begegnet werden kann.

2 Beschreibung des verwendeten Simulationsmodells

Das Modell umfasst die Knochen des Unterarm-Bereiches. Die Formen und die Abmessungen der verwendeten Modellteile sind in *Bild 1 und 2* für den rechten Unterarm in Supination (Daumen nach außen) dargestellt. Das Modell lässt sich mit einem Skelettmodell in der Anatomie vergleichen, bei dem die Knochen mit Draht gelenkig verbunden sind.

Vom Oberarm (Brachium) wird nur der untere Abschnitt zum Ellenbogen modelliert.

Die Speiche (Radius) ist mit einer leichten Krümmung horizontal angeordnet.

Für die Elle (Ulna) wird ein gerader horizontaler Verlauf gewählt.

Die Anbindung der Hand (Manus) erfolgt als vereinfachtes Modell mit flächiger Geometrie.

Beide Unterarmknochen sind durch das Lig. anulare radii und die Membrana interossea antebrachii verbunden. Diese Ver-

*

Dipl.-Ing. Clemens Groth
CADFEM GmbH, 85567 Grafing b. München

bindungen werden hier nicht modelliert, dadurch treten einige mechanische Eigenschaften deutlicher hervor.

Mit diesem Modell wird in den folgenden Abschnitten simuliert,

- dass der Handrücken flach auf einem Tisch aufliegt (Supination),
- dass der Unterarm gehoben wird (Beugung, Flexion),
- dass die Hand gedreht wird (Pronation)

und aufgezeigt welche Besonderheiten bei der Simulation auftreten.

Die gelenkig verbundenen Knochen stellen zusammen ein kinematisches Modell dar. Als *Kinematik* wird die Lehre der Bewegung von Punkten und Körpern im Raum bezeichnet, hier also die Simulation der Bewegungen der Knochen im Raum. Wenn darauf verzichtet wird, die Biegung und Verformung der Knochen zu berücksichtigen, dann verhält sich jeder Knochen für sich wie ein starrer Körper. Die Bewegung findet ausschließlich in den Gelenken statt. Dies wird als Starrkörperkinematik bezeichnet (andere Begriffe sind auch: Kinematik der *Starrkörperbewegung*, starre Körper in der Mechanik).

Bei Berücksichtigung der Biegung und Verformung der Knochen wird von der Kinematik flexibler Körper (flexible Körper, Elastizität) gesprochen. Das ist das Hauptanwendungsgebiet der *Finite-Elemente-Methode*. Diese Vorgehensweise wird hier gewählt und im Folgenden dem beschriebenen Beispiel zugrunde gelegt. Die Modellteile bilden dabei zusammen ein stark vereinfachtes Modell, das sich aber durchaus für eine Anwendung der *Finite-Elemente-Methode* eignet (*Bild 3*).

Hinweis für erfahrene FEM-Anwender: Bei der *Diskretisierung* werden *Volumen-Elemente* verwendet. Innerhalb der Volumen werden zusätzliche Balken- und Schalen-Elemente eingesetzt, die mit den Volumen-Elementen geeignet verbunden werden. Die Verbindungen an den Gelenken erfolgt über die Knoten der Balken-Elemente, die im Gelenkzentrum unterschiedliche, aber koinzidente Knoten haben. Die Diskretisierung wird hier in diesem Aufsatz nicht weiter detailliert.

3 Statische Bestimmtheit

Ein Körper im dreidimensionalen Raum kann sich in drei Richtungen bewegen und

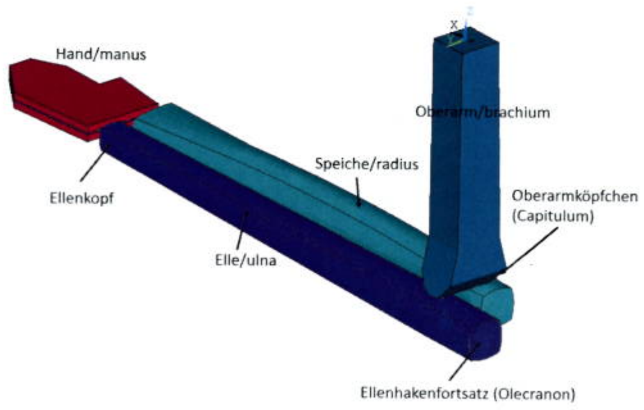

Bild 1: Modellteile des Simulationsmodells

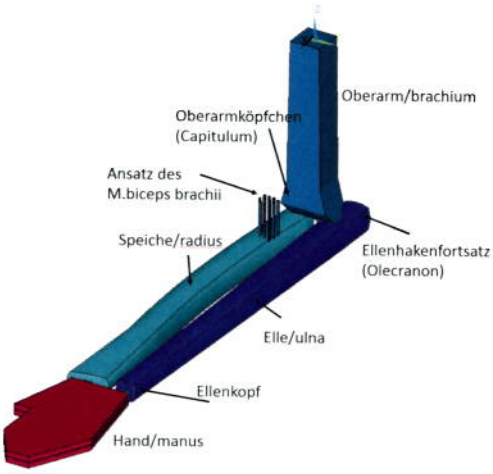

Bild 2: Modellteile des Simulationsmodells

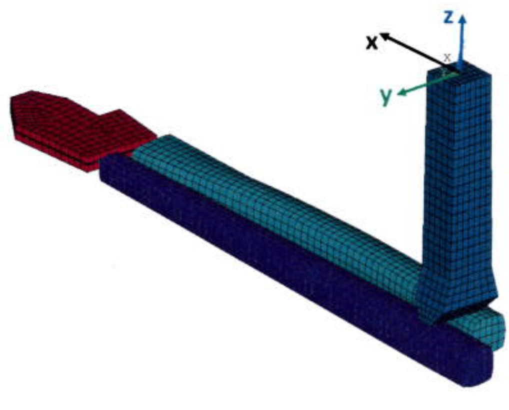

Bild 3: Diskretisierung der Modellteile

um diese drei Raumachsen drehen. Er hat insgesamt also sechs Bewegungsmöglichkeiten. Dies ist von schwebenden Gebilden (Luftballon) bekannt. Bei ruhenden Körpern besteht eine Auflagerung oder Befestigung, die diese Bewegungsmöglichkeiten unterdrückt und den Körper fixiert.

Wenn wir ein Simulationsmodell eines solchen allgemeinen Körpers zunächst nicht auflagern oder befestigen, bestehen also die sechs Bewegungsmöglichkeiten. Diese Bewegungen kann der Körper ausführen, ohne dass er verformt, gedehnt oder gebogen wird. Er bleibt, wie er ist, und ändert lediglich seine Lage im Raum. Daher wird eine solche Bewegung auch als „*Starrkörperbewegung*" bezeichnet.

Solange Starrkörperbewegungen des Modells möglich sind, ist das Modell als statisch unbestimmt zu bezeichnen.

Warum müssen wir uns bei der Simulation um diese Starrkörperbewegungen kümmern?

Eine solche statisch unbestimmte Anordnung des Modells ist numerisch nicht oder nur eingeschränkt lösbar. Die Zahlenwerte der Matrizen ergeben ein *Gesamt-Gleichungssystem*, das singulär ist und keine mathematisch eindeutige Lösung hat. Um nicht eine erfolglose Berechnung zu beginnen, wird durch die Software diese Eigenschaft der Matrizen abgeprüft und vor dem Beginn der Berechnung auf solche freie Bewegungsmöglichkeiten hingewiesen. Die Software kann also aus den Zahlenwerten der Matrizen die Starrkörperbewegungen vor der numerischen Lösung erkennen.

Erst wenn eine statisch bestimmte Anordnung des Modells vorliegt, ist eine mathematisch eindeutige Lösung möglich.

3.1 Innere Verbindungen des Modells

Bei unserem Simulationsmodell ist nicht nur ein einzelner Körper beteiligt, sondern mehrere Teile (also jeweils Körper für sich), die untereinander in Verbindung stehen. Daher müssen wir zusätzlich zum Verhalten des Gesamtmodells auch die einzelnen Teile betrachten und dazu jetzt die inneren Verbindungen und damit die Eigenschaften der Gelenkverbindungen der Modellteile konkreter idealisieren.

Die Verbindung zwischen Oberarm und Speiche (Articulatio humeroradialis) am Oberarmköpfchen (Capitulum) und der Gelenkgrube der Speiche (Fovea articularis radii) wird zunächst wie ein Kugelgelenk ausgeführt. Die Bindegewebs-Verbindung zwischen den beiden Unterarmknochen (Membrana interossea antebrachii) wird hier erst einmal vernachlässigt.

Die Verbindung zwischen Oberarm und Elle (Articulatio humeroulnaris) über die Oberarmknochenrolle (Trochlea humeri) und die dazugehörige Einziehung an der Elle (Incisura trochlearis) lässt sich als Scharniergelenk betrachten.

Auch die Verbindung zwischen Speiche und Hand (Articulatio radiocarpalis) – das Handgelenk – nehmen wir zunächst als Kugelgelenk an. Die Verbindung zwischen Elle und Hand (Articulatio carpi ulnaris) ist eigentlich nicht eindeutig anatomisch definiert. Sie wird in unserem Modell ersatzweise auch durch ein Kugelgelenk simuliert.

Bild 4 zeigt eine Skizze des Modells mit diesen inneren Verbindungen. Die Kugelgelenke sind als Kreise dargestellt, das Scharniergelenk wie eine Walze.

Hinweis für erfahrene FEM-Anwender: Die Funktion eines Kugelgelenks kann durch die Kopplung aller drei translatorischen *Freiheitsgrade* der beiden Gelenkknoten simuliert werden.

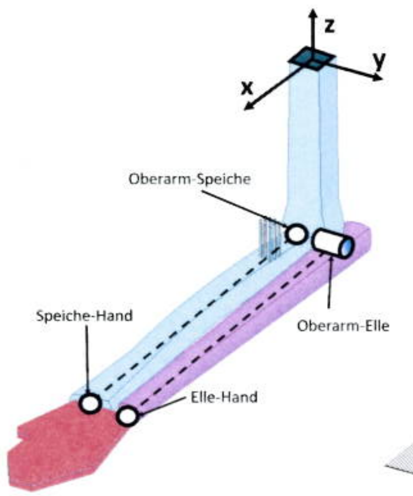

Bild 4: Innere Verbindungen des Modells

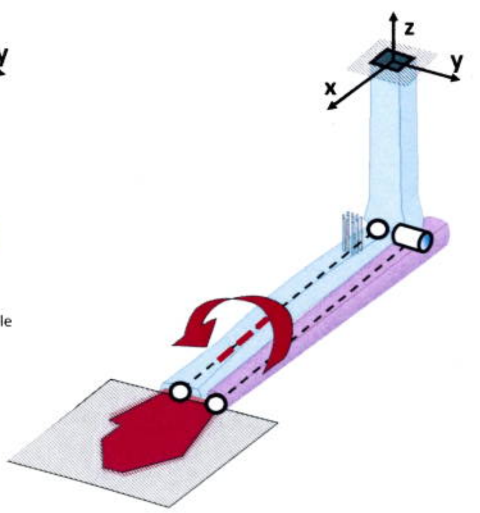

Bild 5: Freie Bewegungsmöglichkeiten

3.2 Äußere Einflüsse auf dieses Modell

Als äußere Einflüsse (*Randbedingungen*) auf das Simulationsmodell sind *Festhaltungen* und *Kräfte* festzulegen. Denn diese Einflüsse sind nicht im Modell enthalten und wirken von außen ein. Dazu zählen in diesem Modell

- die Bedingungen an der Stelle des Oberarms, an dem das Modell „abgeschnitten" ist,
- die Tischplatte, auf der die Hand aufliegt,
- der Bizeps (M.biceps brachii), der an der Speiche ansetzt und Kräfte ausübt und
- die Erdbeschleunigung, die zusammen mit der Masse die Gewichtskräfte hervorruft.

An der Stelle des Oberarms, an dem das Modell „abgeschnitten" ist, nehmen wir als mechanische Bedingung an, dass der Querschnitt unverschiebbar im Raum fixiert bleibt. Dieses Ende des Modells führt keine Verschiebungen aus und stellt einen Festpunkt in alle Bewegungsrichtungen dar. Dies wird in *Bild 5* durch eine schraffierte Rechteckfläche am Oberarm angedeutet.

Die Hand legen wir mit dem Handrücken flach auf eine Unterlage. Das wird im Modell als eine vertikale Festhaltung modelliert. In *Bild 5* repräsentiert eine schraffierte Fläche diese Unterlage der Hand.

Die Kräfte am Bizeps (M.biceps brachii) und die Erdbeschleunigung sind hier zunächst nicht wichtig, sie werden später ausführlicher einbezogen. In *Bild 5* sind die Modellteile mit den gewählten Gelenkeigenschaften und den hier beschriebenen äußeren Einflüssen dargestellt.

3.3 Welche Bewegungsmöglichkeiten haben die Modellteile?

Nun durchdenken wir die theoretischen Bewegungsmöglichkeiten dieses Modells in der bisher gewählten Idealisierung. In *Bild 5* ist durch den roten Pfeil angedeutet, dass eine mechanische Drehung der Speiche um die eigene Längsachse in diesem Modell ungehindert stattfinden könnte. Diese Bewegungsmöglichkeit wird durch die mechanischen Eigenschaften des Modells nicht festgehalten. Dies ist eine „Starrkörperbewegung" dieses Modells. Solange eine solche *Starrkörperbewegung* im Modell ermöglicht wird, ist das Modell als statisch unbestimmt zu bezeichnen.

Generell führen Starrkörperbewegungen in einem FEM-Modell zu keiner oder nur einer eingeschränkten numerischen Lösung, weil die Matrix des *Gesamt-Gleichungssystems* singulär ist. In diesen Fällen wird der Lösungsablauf abgebrochen. Die Abbruchmeldung in einem solchen Fall weist im Allgemeinen direkt auf die „Festhaltungen“ (boundary conditions) oder „Starrkörperbewegungen“ (rigid body motions) hin. Teilweise sieht die Software auch vor, dass selbsttätig eine Festhaltung hinzugefügt wird, die die Starrkörperbewegung unterbindet. In diesem Fall muss der Anwender sich dieser Änderung der Modellannahmen bewusst sein und besonders sorgfältig prüfen, ob diese zusätzliche Festhaltung problemgerecht (mechanisch vernünftig) ist. Unter Umständen (zum Beispiel bei kleinen geometrischen Änderungen) kann eine Starrkörperbewegung „fast“ auftreten. Dadurch kann das Gesamt-Gleichungssystem zwar lösbar sein, aber die numerische Genauigkeit der Ergebnisse ist dadurch beeinträchtigt. In solchen Fällen warnt die Software den Anwender. Eine entsprechende Meldung wird zum Beispiel auf die „Konditionierung“ (condition) der Matrizen oder die „Hilfswerte“ (pivots) der Lösung hinweisen. Aus diesem Grunde müssen bei der Idealisierung die theoretischen Bewegungsmöglichkeiten des Modells überprüft werden.

Im vorliegenden Fall ist es angebracht, die erkannte Starrkörperbewegung zu behindern. Dazu wird an der Verbindung zwischen Speiche und Hand (Articulatio radiocarpalis) – dem Handgelenk – die Kugelgelenkfunktion um eine weitere Verbindung erweitert, sodass sich eine Scharniergelenkfunktion ergibt.

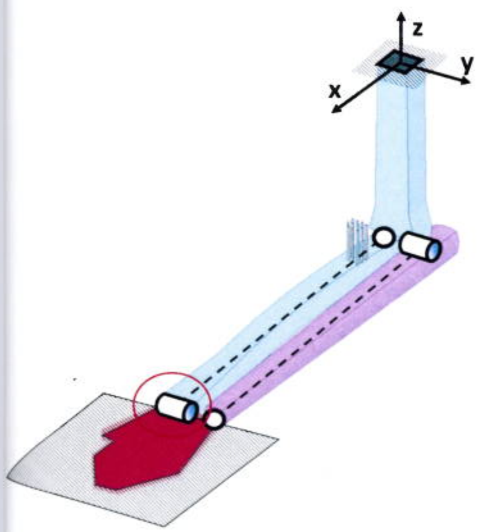

Bild 6: Statisch bestimmtes Modell

In *Bild 6* ist dieses Scharniergelenk wie eine Walze skizziert. Mit diesen Festlegungen der inneren Gelenkverbindungen und der äußeren Festhaltungen am Oberarm und an der aufliegenden Hand ist das Simulationsmodell statisch bestimmt gelagert. Die numerische Lösung für die statische mechanische Simulation wird ohne besondere Probleme ausgeführt werden.

Hinweis für erfahrene FEM-Anwender: Die Funktion eines Scharnierlagers kann durch die *Kopplung* der drei translatorischen *Freiheitsgrade* von zwei nebeneinander liegenden Knotenpaaren simuliert werden.

Was ist das Wesentliche hierbei?

Eine **statisch unbestimmte** Lagerung des Simulationsmodells ist bedenklich und ungünstig. Eine **statisch bestimmte** Lagerung dagegen lässt eine problemlose numerische Lösung erwarten.

4 Weggesteuerte oder kraftgesteuerte Belastungen

In diesem Abschnitt wird das Heben von Unterarm und Hand simuliert. Während vorher der Handrücken auf dem Tisch auflag, wird nun der Unterarm mit der Hand angehoben. Im Wesentlichen erfolgt diese Beugung (Flexion) des Unterarmes durch die Aktion des Bizeps (M.biceps brachii). Praktisch durchgeführt wäre dies etwa folgender Ablauf: Zunächst wird der Bizeps angestrengt, bis die Hand sich vom Tisch abhebt. Dabei wird das Handgelenk versteift. Wenn die Hand in etwa 10cm Höhe schwebt, wird die Bewegung angehalten.

Im Simulationsmodell wird hierzu das Eigengewicht des Materials der Modellteile berücksichtigt. Außerdem erfolgt eine Fixierung des Handgelenks. Die gestreckte Ausrichtung von Unterarm und Hand, die in der aufgelegten Position vorlag, wird sozusagen „eingefroren“. Dadurch bleiben Unterarm und Hand geradlinig ausgerichtet. Bei der Beugung wird die Hand mit angehoben.

Die Wirkung des Bizepses wird hier im Modell über die Sehnen am Ansatzbereich der Speiche (Radius) simuliert. *Bild 7* zeigt

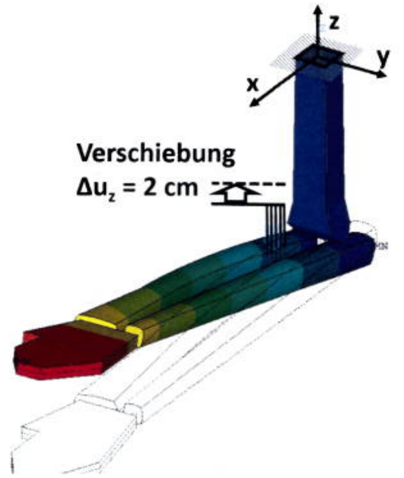

Bild 7: Heben des Unterarms mit vorgegebener Verschiebung („weggesteuert“)

diese Anordnung mit der Modellierung der Sehnen im Ansatzbereich (Tuberositas radii) des Bizepses. Die Muskelwirkung wird durch eine entsprechende Aktion am oberen Ende der Sehne (also am Übergang zum M.biceps brachii) ersetzt.

Die Simulation soll sich darauf beschränken, den Endzustand abzubilden – also den gebeugten Unterarm und die angehobene Hand. Damit haben wir hier eine statische Mechanikaufgabe zu lösen (zeitliche Änderungen werden nicht berücksichtigt).

Im anderen Fall wäre dieser Vorgang als dynamische Mechanikaufgabe zu bezeichnen (zeitliche Änderungen werden berücksichtigt). Aber hier verzichten wir darauf, den Vorgang des Beugens und Hebens nachzuvollziehen, sondern betrachten nur den Endzustand.

Hinweis für erfahrene FEM-Anwender: Die Sehne wurde mit *Stab-Elementen* idealisiert (vergleiche Teil 6 dieser Serie „Hinweise zur Erstellung von medizinischen FEM-Modellen“, **came** 1/2013, *Bild 14)*.

4.1 Weggesteuerte Belastung

An den Enden der Bizeps-Sehnen wird in dieser Variante eine Verschiebung Δu_z = 2 cm nach oben (vertikal) vorgegeben. Dies ist eine Festhaltung an der Position, die sich bei der entsprechenden Kontraktion des Bizeps einstellt. Es ergibt sich die Flexion des Unterarms.

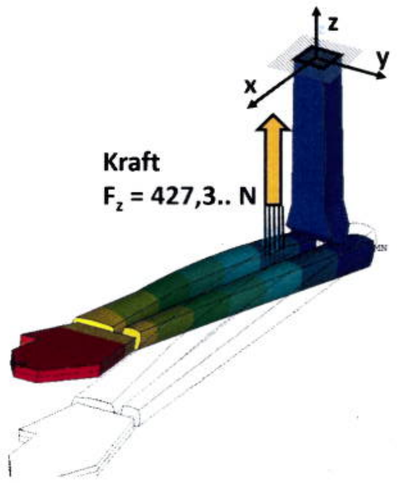

Bild 8: Heben des Unterarms mit vorgegebener Kraft („kraftgesteuert")

Bild 7 zeigt das Ergebnis der Simulation des Unterarms in der gebeugten Position mit der gehobenen Hand. Auch diese Vorgabe der Verschiebung von 2 cm an den Sehnen-Enden ist eine Festhaltung, die für die statische Bestimmtheit maßgebend ist und die entsprechenden Freiheitsgrade eliminiert.

Für die Bewegungsmöglichkeiten der Modellteile sind die gleichen Überlegungen über die statische Bestimmtheit anzustellen wie bereits vorher: sind Starrkörperbewegungen möglich? Die Antwort lautet: nein. Für die numerische Lösung bedeutet dies, dass keine besonderen Probleme zu erwarten sind.

Das Modell hat diesen Endzustand dadurch erreicht, dass eine Verschiebung – also ein Weg – vorgegeben wurde, um den ein Modellbereich verschoben wurde. Damit wird dies auch als „weggesteuerte" oder „wegkontrollierte" Last bezeichnet.

4.2 Kraftgesteuerte Belastung

Hier wird an den Enden der Bizeps-Sehnen anstelle der Verschiebung eine Kraft F_z = 427,3 N nach oben (vertikal) aufgegeben. Warum wurde genau dieser Zahlenwert gewählt? Wenn sich auch mit Formeln diese Kraft näherungsweise bestimmen lässt, wurde hier aus der vorangegangenen Variante die Kraft ausgelesen, die sich an den Enden der Bizeps-Sehne ergibt. Damit ist diese Genauigkeit des Zahlenwertes erreichbar.

Bis auf diese geänderte Lasteinleitung an den Enden der Bizeps-Sehne wurden die gleichen Randbedingungen zugrunde gelegt.

Aber es liegt noch ein weiterer Grund für die Genauigkeit des Zahlenwertes der Kraft vor. Wenn Sie die Bewegungsmöglichkeiten der Modellteile in dieser Variante prüfen und fragen, ob Starrkörperbewegungen möglich sind, so lautet hier die Antwort: ja! Der Zahlenwert der Beugung des Unterarmes ist unbestimmt, auch wenn die Kraft an den Enden der Bizeps-Sehne und die Gewichtskraft perfekt im Gleichgewicht stehen. Dieses Modell ist also statisch unbestimmt. Es ist fast als Zufall zu bezeichnen, denn nur mit genau dieser Genauigkeit der Kraft Fz konnte die Lösung von *Bild 8* berechnet werden. Bereits eine Änderung des Zahlenwertes von F_z um weniger als 0,1 % führte zum Abbruch der Berechnung und einer Meldung über schlechte Konditionierung (condition) der Matrix.

Was ist das Wesentliche hierbei?

Die Verwendung von **weggesteuerten** Lasten ist fast immer einfacher für die numerische Lösung (robuste Ergebniswerte, Konvergenzverhalten bei Nichtlinearitäten). Dagegen ist die Verwendung von **kraftgesteuerten** Lasten fast immer ungünstiger.

5 Kleine oder große Verschiebungen

Mit den bisher beschriebenen Varianten waren „innere" mechanische Eigenschaften und äußere Einwirkungen und Randbedingungen variiert worden. Hier werden nun einige Lösungseinstellungen beschrieben, die Nichtlinearitäten der Strukturmechanik betreffen.

Mit einer Simulation der Strukturmechanik werden Verschiebungen des Modells unter den vorgegebenen Lasten berechnet. Dies haben Sie in Abschnitt 4 verfolgt. In *Bild 9* ist in einer Seitenansicht die Beugung des Unterarms zu sehen. Dabei wird mit gestrichelten Umrissen die Ausgangslage des Modells gezeigt. Zusätzlich ist der gebeugte Arm mit der ausgestreckten Hand farbig dargestellt.

Der gestrichelte Bogen in *Bild 9* zeigt die Bahn, die die Handspitze beim Beugen des Unterarms ausführt. Dieser Bogen ergibt sich aus der Drehung um das Ellenbogen-Gelenk.

Die Simulation geht von der flach aufliegenden Position von Unterarm und Hand aus. Für diese Konfiguration wird über die Bizeps-Sehne eine Verschiebung nach oben eingeleitet. Die numerische Lösung ergibt hiermit für Unterarm und Hand eine Verschiebung nach oben. Das zugrunde liegende Gleichungssystem bildet einen linearen Zusammenhang zwischen Lasten und Verschiebungen ab. Anschaulich bedeutet dies: kleine Last nach oben = kleine Verschiebung nach oben, große Last nach oben = große Verschiebung nach oben. Alle diese Verschiebungen sind geradlinig. Dieser lineare Zusammenhang wird als „kleine Verschiebungen" bezeichnet.

Der Bogen, den die Handspitze ausführt, kann nicht durch einen linearen Zusammenhang zwischen Lasten und Verschiebungen simuliert werden. Der Bogen ist ein nichtlinearer Zusammenhang. Numerisch muss hierfür eine aufwändige Lösungsfolge durchgeführt werden (vergleiche Teil 5 dieser Serie „Lösungsablauf von nichtlinearen Simulationen", **came** 2/2012). Nach der ersten Gleichungslösung mit der Last nach oben wird eine Modellkontrolle durchgeführt und festgestellt,

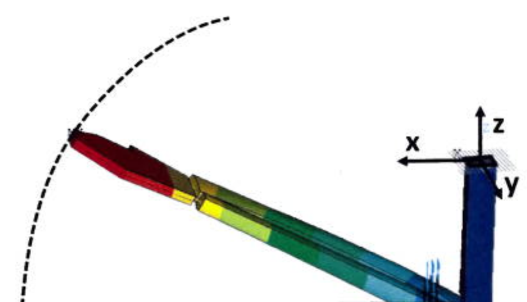

Bild 9: Heben der Hand

dass durch die Verschiebung nach oben das Modell länger würde. Es wird eine Korrektur dieser Längenänderung eingesetzt und eine neue Gleichungslösung durchgeführt. Diese Folge von Kontrolle und neuer Gleichungslösung wird so lange wiederholt, bis alle Bedingungen erfüllt sind. Eine Gleichungslösung mit anschließender Kontrolle wird Iteration genannt. Als Konvergenz wird der akzeptable Endzustand dieser Folge bezeichnet. Den nichtlinearen Zusammenhang nennt man „große Verschiebungen".

Am Beispiel der Drehung der Hand (Supination) wird dieses nachfolgend nochmals verdeutlicht.

5.1 Kleine Verschiebungen

Hier wird eine Drehung der Hand nach innen simuliert (Pronation). Ausgehend von der flach dorsal aufliegenden Hand erfolgt die Drehung durch Anheben der radialen Seite bei festgehaltener ulnarer Seite (*Bild 10*). Das Festhalten der ulnaren Seite ist durch ein flaches Rechteck, das Anheben der radialen Seite durch einen Pfeil markiert. Die lineare Bewegung findet entlang der gestrichelten Bahn statt.

Die Simulation berechnet die Verschiebungen über die Lösung des Gleichungssystems. Diese einmalige Gleichungslösung repräsentiert einen linearen Verlauf, der für kleine Verschiebungen angemessen ist. In *Bild 10*, rechtes Teilbild, ist zu erkennen, dass sich bei einer Extrapolation dieses linearen Zusammenhanges eine geradlinige Verschiebung der radialen Seite ergibt. Dadurch werden die Querabmessungen des Modells unrealistisch vergrößert und verfälscht.

Die Annahme des linearen Zusammenhanges zwischen Lasten und Verschiebungen ist also nur begrenzt zutreffend, und zwar nur für kleine Zahlenwerte der Verschiebungen. Die Annahme der „kleinen Verschiebungen" ist im Allgemeinen die Standardeinstellung bei der FEM-Simulation.

Wenn die Grenzen dieser Annahme erreicht sind, müssen *Geometrie-Nichtlinearitäten* einbezogen werden.

5.2 Große Verschiebungen

Wenn anstelle von kleinen Verschiebungen eingestellt wird, dass die Simulation große Verschiebungen berücksichtigen soll, dann ist von erheblich höherem Rechenaufwand bei der Lösung auszugehen (Faktor 3 bis 50). Die Einstellung von „großen Verschiebungen" berücksichtigt die *Nichtlinearität* der Geometrie. Im Ingenieurwesen wird dies auch als Theorie II. Ordnung bezeichnet. Es bestehen Zusammenhänge zur Stabilitätstheorie. Generell ist immer dann die Einstellung „große Verschiebungen" zu wählen, wenn die Verschiebungen oder Verdrehungen, die sich einstellen, das mechanische Verhalten verändern. In der Praxis werden folgende Anhaltspunkte als Empfehlung angegeben: Wenn „die Verschiebungen größer als die Wanddicke" des Bauteils sind oder „wenn bei Verdrehungen nicht mehr der Winkel, sondern der Sinus verwendet werden muss".

In dem vorliegenden Beispiel des Unterarms und der Drehung der Hand (Supination) ergibt sich mit „großen Verschiebungen" die in *Bild 11* gezeigte Konfiguration. Ausgehend von der Ausgangsposition im Teilbild links ist im rechten Teilbild das Modell im verformten Zustand dargestellt. Die radiale Seite der Hand führt einen Bogen um das ulnare festgehaltene Ende der Hand aus.

Das Ergebnis der numerischen Lösung mit der Einstellung „große Verschiebungen" zeigt gleichbleibende Querschnitte und Längen.

Was ist das Wesentliche hierbei?

Die Einstellung **„große Verschiebungen"** stellt eine Geometrie-Nichtlinearität dar. Die Entscheidung über das Erfordernis liegt beim Anwender und kann schwierig sein, im Zweifel sollten „große Verschiebungen" aktiviert werden.

6 Zusammenfassung

Durch die *Idealisierung* entsteht ein Simulationsmodell, dessen mechanische Eigenschaften Auswirkungen auf die numerischen Algorithmen der Lösung haben. Dies wird hier an einem Modell des humanen Unterarms, das die Knochen und deren Gelenkverbindungen umfasst, konkret dargestellt. Es werden die statische Bestimmtheit des Modells und die Auswirkung der weg- oder kraftgesteuerten Belastung gezeigt. Die Entscheidung über „kleine oder große Verschiebungen", die bei der Lösung zu treffen ist, führt an dem Modell zu deutlichen Unterschieden bei den Ergebnissen. An dem Beispiel wird verdeutlicht, wie möglichen Problemen begegnet werden kann.

Literatur

[1] W. Rust „Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen" Springer, 2. Auflage edition, 2011

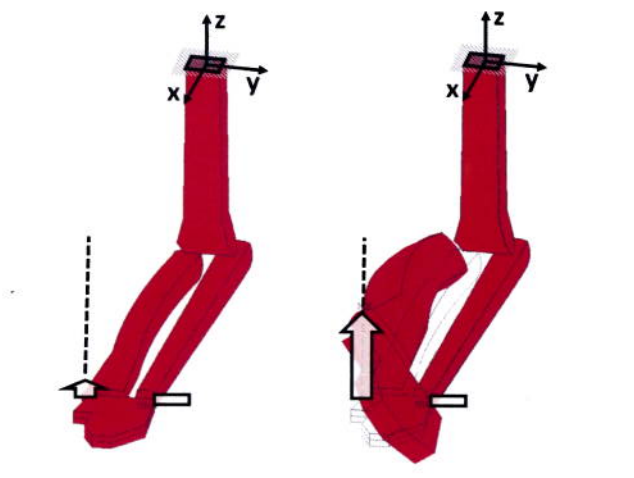

Bild 10: Verdrehung der Hand mit „kleinen Verschiebungen"

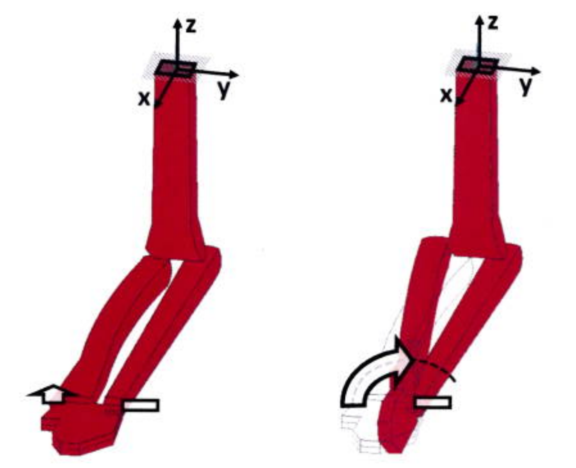

Bild 11: Verdrehung der Hand mit „großen Verschiebungen"