

# Serie: FEM für Mediziner und Biomechaniker

In der Serie „FEM für Mediziner und Biomechaniker“ werden die Grundlagen der Finite-Elemente-Methode (FEM) erläutert. Entsprechend dem Fokus der **caMe**, werden hier die wesentlichen Eigenschaften der FEM anschaulich dargestellt. Dies ermöglicht einem FEM-Fremden, z.B. einem Arzt, die Qualität einer FEM-Simulation zu beurteilen. Dieses Wissen hilft, um beispielsweise Beiträge zum Thema FEM auf Konferenzen oder in Veröffentlichungen Vorträge qualitativ einordnen zu können, oder aber auch um

FEM-spezifische Begriffe richtig zu verstehen und damit das interdisziplinäre Arbeiten zu fördern.

Im ersten Teil dieser Artikelserie wurden die FEM-Grundlagen anschaulich dargestellt und der Lösungsablauf an einem Handrechenbeispiel im Detail erläutert (**caMe** 2-2011 und 3-2011).

In diesem Teil wird nun die Idealisierung und die Erstellung eines Simulationsmodells für ein Implantat in der Zahnmedizin

vorgelegt. Dabei werden verschiedene Varianten mit Aufwand/Nutzen-Bewertung und der mechanische Hintergrund erläutert.

Die später folgenden Teile der Artikelserie beschäftigen sich z.B. mit dem Workflow zur Erstellung von medizinischen FEM-Modellen, mit der Bewertung der Qualität einer FEM-Simulation, mit Nicht-Linearitäten oder mit der Wahl von passenden Randbedingungen.

## Teil 4

# Idealisierung eines Unterkiefers (Mandibula)

von C. Groth\*

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{2} \sum_e \{u\}^T \cdot [K] \cdot \{u\} - \{u\}^T \cdot \{F\}$$

## 1 Aufgabenstellung

Für ein Implantat in der Zahnmedizin soll eine günstige Platzierung bestimmt wer-

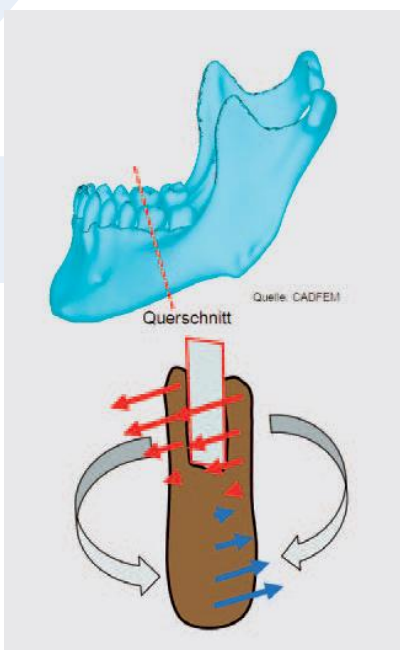
den. Das Implantat wird im Bereich des 1. Molars (Zahn 36) geplant. Der Kieferquerschnitt wird über bildgebende Verfahren (z.B. Dental-CT, DVT) bestimmt. Für die Simulation wird die Belastung des Unterkiefers (Mandibula) beim incisalen Beißen (Schneidezähne) zugrunde gelegt. Die Simulation soll für verschiedene Implantat-Ausführungen (Anordnung, Abmessungen) eine Entscheidungsgrundlage liefern.

Der Querschnitt beim 1. Molar (unten links, 36) mit einem Implantat und einer Belastung beim Beißen ist in *Bild 1* skizziert. Dort soll ein Implantat platziert werden. Die Abmessungen sowie die Position und Neigung können variiert werden. Ein großes Implantat ergibt geringere Restquerschnitte im Knochen, ein kleines Implantat wird hoch beansprucht. Auch die patienten-spezifische Form des Unterkiefers ist zu berücksichtigen.

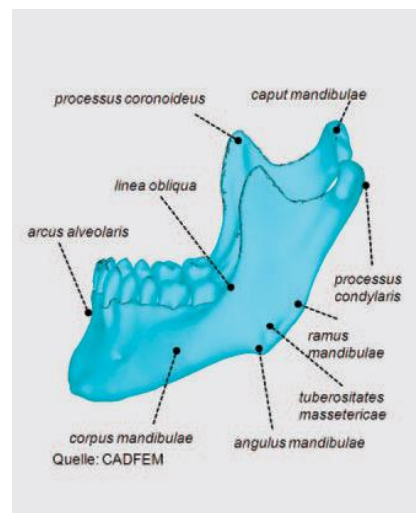
## 2 Ausgangsbedingungen

Die Geometrie ist bestimmt durch die Anatomie des Corpus mandibulae und den steil anschließenden Ramus mandibulae (*Bild 2*). Bei den Materialeigenschaften ist der

\*  
Dipl.-Ing. Clemens Groth  
CADFEM GmbH, 85567 Grafing b. München



*Bild 1: virtuelles Modell des humanen Unterkiefers, Belastungssituation am Querschnitt des 1. Molars*



*Bild 2: Anatomie des humanen Unterkiefers*

Unterschied der festen Corticalis und der Spongiosa (dem Innenbereich) des Knochens zu beachten. Am Kiefergelenk (Processus condylaris) besteht eine Interaktion

zur Maxilla. Diese Verbindung kann als gelenkige Lagerung für das mechanische Verhalten des Unterkiefers angesehen werden. Am Unterkiefer inserieren zahlreiche Muskeln. Von diesen Muskeln wird hier als Beispiel nur der M. masseter betrachtet, der im Bereich der Tuberositates massetericae inseriert.

Eine ausreichende Genauigkeit der Ergebnisse erfordert, dass die Geometrie als 3-dimensionales Volumen mit der komplexen Form des humanen Unterkiefers und der Zähne erstellt wird. Das Material des Knochens der Mandibula muss mit der inhomogenen und anisotropen Verteilung abgebildet werden. Die mechanische Interaktion mit der Maxilla und dem M. masseter soll als Randbedingung erfasst werden. Details von Bändern und Weichteilgewebe können vernachlässigt werden. Die erforderlichen Modelleigenschaften sind damit:

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

Diese Modelleigenschaften sind sehr schwer zu verwirklichen. Im Folgenden werden mehrere Näherungen der Idealisierung vorgestellt und abgestuft gezeigt, wie die Bedingungen erfüllt werden können.

### 3 Workflow der Simulation

Die Grundlage der Simulation ist durch Geometrie, Materialdaten, Randbedingungen und die Zielsetzung der Simulation gegeben. Durch die Idealisierung wird basierend auf diesen Grundlagen ein Simulationsmodell erstellt. Die Lösung erfolgt in einfachen Fällen mit Formeln oder in komplexen Fällen numerisch mit der Finite-Elemente-Methode (FEM). Nach der Auswertung der Ergebnisse kann die Bewertung mit den praktischen Schlussfolgerungen stattfinden. Dieser Ablauf ist in Bild 3 gezeigt.

Bisherige Beiträge in **came** betrafen die

- Materialdaten (**came**1/2010, Seite 3-8) und
- den Ablauf einer FEM-Lösung im Detail anhand eines einfachen Beispiels in **came** 1/2011, 2/2011 und 3/2011.

Hier in diesem heutigen Beitrag wird die Idealisierung und die Lösung mit Formeln oder mit der FEM in mehreren Varianten vorgestellt.

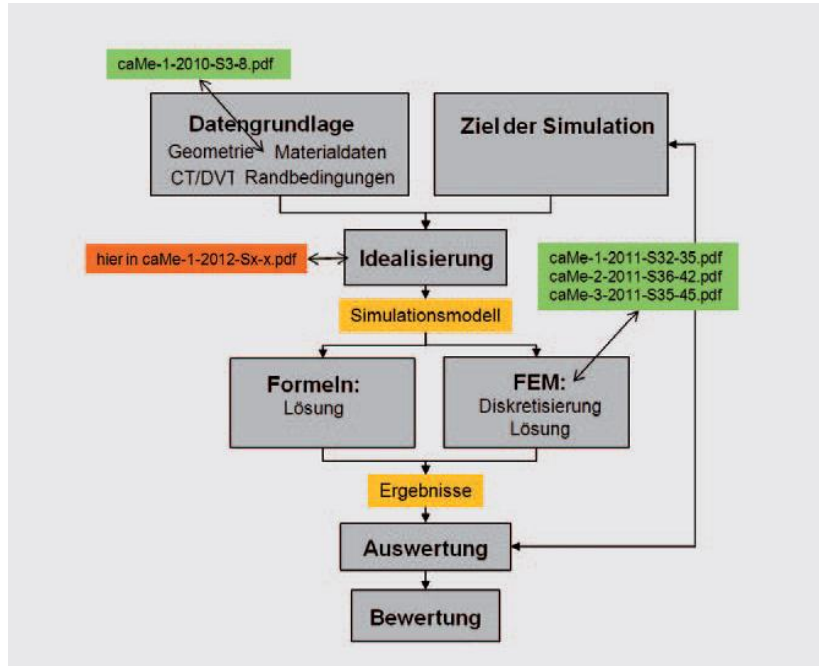


Bild 3: Workflow der Simulation, bisherige Beiträge in **came**

### 4 Näherungen der Idealisierung

Im Folgenden werden einige mögliche Idealisierungen vorgestellt. Sie unterscheiden sich in

- dem Grad der Abstraktion,
- dem Aufwand bei der Durchführung der Simulation und
- dem Nutzen in Hinsicht auf die Aufgabenstellung.

#### 4.1 Näherung 1

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 1:**  
**Linie, 2-dimensional, grob vereinfacht, homogen, isotrop, Punktlast**

In der Näherung 1 wird ein Linien-Modell verwendet. Es ist 2-dimensional in der Hinsicht, dass nur die Länge des Corpus mandibulae in der Sagittalebene skizziert wird. Die Geometrie wird grob vereinfacht mit einem konstanten Querschnitt über die gesamte Länge betrachtet. Das Material wird durchgehend homogen und isotrop angenommen.

Die Lösung erfolgt mit Formeln aus Tabellenwerken.

Als Ergebnis erhalten wir Auflager-Reaktionen (Kräfte und Momente), Schnittgrößen (Kräfte, Momente) an der Quer-

schnittsposition und daraus Spannungen im Querschnitt.

Die Randbedingungen für den hier untersuchten Fall des incisalen Beißens (Bild 4) sind

- die Kraft durch den Schneidezahn (1),
- die Kraft durch den M. masseter (2) und
- die Interaktion am Caput mandibulae (Kiefergelenk)(3).

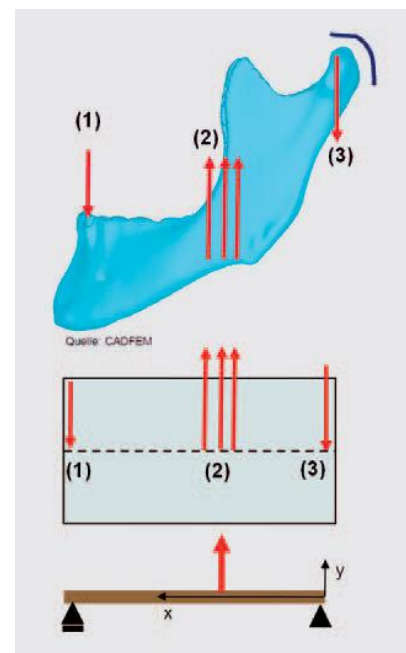


Bild 4: Näherung 1, Modell und Randbedingungen

**Repetitorium Mechanik:  
Regeln der Mechanik/Statik**

Im Zustand des Beißens werden die in *Bild 5* skizzierten äußeren Einflüsse betrachtet. Dieser „Verspannungs“-Zustand ist dadurch geprägt,

- dass sich der Schneidezahn (1) nicht nach oben bewegen kann,
- im Bereich des Angulus mandibulae (2) zieht der M. masseter nach oben,
- auch am Kiefergelenk (3) ist der Kiefer in Richtung oben festgehalten.

Diese Anordnung ist gleichbedeutend mit

- einer Festhaltung am Schneidezahn (1),
- einer Kraft am Angulus mandibulae (2) und
- einer Festhaltung am Kiefergelenk (3).

Mit dieser Anordnung können wir die Regeln der Mechanik/Statik anwenden. Hiermit liegt eine „statisch bestimmte“ Anordnung vor.

Die Festhaltungen werden durch Symbole markiert, die die Richtung kennzeichnen. Hier in diesem Fall ist es unbedeutend, dass der Kiefer am Schneidezahn zwar nach oben festgehalten, aber durchaus nach unten bewegt werden könnte.

Mit dieser Anordnung können wir die Regeln der Mechnik/Statik anwenden. Die Auflager-Reaktion rechts berechnet sich zu  $F_r * 140 - 10 * 80 = 0 \Rightarrow F_r = 5,71 \text{ N}$

Die Auflager-Reaktion links am Schneidezahn ist  $F_l * 140 - 10 * 60 = 0 \Rightarrow F_l = 4,28 \text{ N}$

Was ist eine **Kraft**?

Eine Kraft ist eine axiomatische Größe der Mechanik und Ursache für eine Verformung (Dehnung) eines Körpers. Hier ist es der mechanische Begriff für die Wirkung des M. masseter. Die Kraft repräsentiert den Muskel, der in diesem Modell „weggeschnitten“ wird. Sie stellt damit eine Randbedingung (einen äußeren Einfluss) dar.

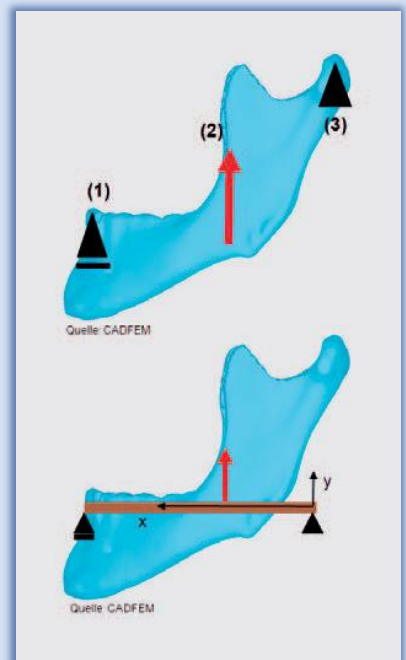
Was ist eine **Festhaltung**?

Eine Festhaltung ist eine Bedingung, die einen äußeren Einfluss repräsentiert, der eine Verschiebung an der Stelle des Modells verhindert. Dies wird auch oft als Auflager bezeichnet.

Was ist eine **Auflager-Reaktion**?

Wenn an einer Festhaltung (Auflager) die Bewegung des Modells verhindert wird, dann muss dieses Auflager eine Kraft ertragen. Dies ist die Auflager-Reaktion.

In Näherung 1 wird der Unterkiefer zu einem geraden Balken vereinfacht. Für einen solchen Balken kann man nach den Regeln der Statik zunächst ausrechnen, dass als Reaktion auf die Kraft (2) an den Festhaltungen Gegenkräfte auftreten. Dies sind die Auflager-Reaktionen, auch Reaktionskräfte genannt.



*Bild 5: Näherung 1, Festhaltungen (1),(3) und Kraft (2)*

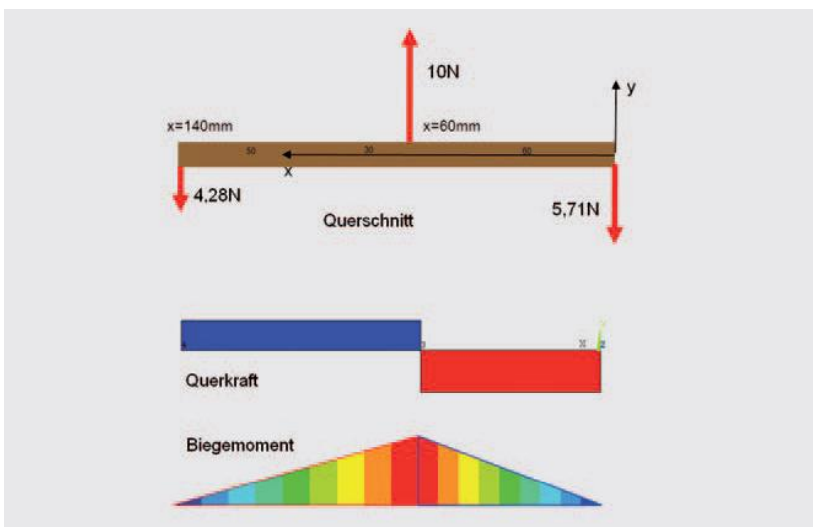
Grundlage hierfür ist das Prinzip der Statik, dass die Summe aller Kräfte Null ergeben muss, sie stehen im **Gleichgewicht**, sie heben sich gegenseitig auf.

Durch die Kräfte wird der Unterkiefer gebogen. Dort, wo der M. masseter angreift, ergibt sich diese Biegung aus der Auflager-Reaktion  $F_r$  rechts im Abstand 60 mm. Das ist ein Biegemoment von

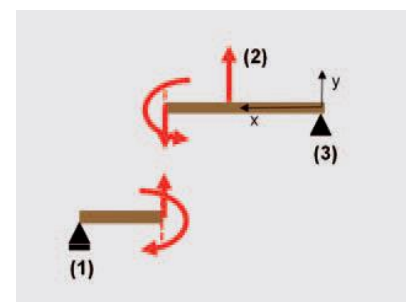
$M = 5,71 * 60 \text{ Nmm} = 342 \text{ Nmm}$ . Diese Resultate sind in *Bild 6* dargestellt.

Nun untersuchen wir den Querschnitt am 1. Molar. Dort erhalten wir als Schnittgrößen eine Querkraft und ein Biegemoment (*Bild 7*). Die Querkraft im Querschnitt ist die Kraft  $F_l$ , die am linken Auflager wirkt. Durch die Anordnung der Kraft des M. masseter im mittleren Bereich und die Festhaltungen an den Enden wird der Unterkiefer gebogen. Die mechanische Größe, die dies bewirkt, ist das Moment bzw. Biegemoment, das sich aus den Kräften und ihrem Abstand voneinander ergibt.

Bei den Vorzeichen gelten besondere Regeln, um die jeweilige Seite und die Richtung der Kraft zu berücksichtigen.



*Bild 6: Näherung 1, Abmessungen und Randbedingungen und daraus resultierende Auflagerreaktionen und Schnittgrößen*



*Bild 7: Näherung 1, Schnittgrößen am Querschnitt des 1. Molar*

### Repetitorium Mechanik: Schnittgrößen

Was sind **Schnittgrößen**?

Uns interessieren die Bedingungen am Querschnitt beim 1. Molar. Hier wird die Kraft des M. masseter (2) teilweise zum Auflager (1) übertragen. In diesem Querschnitt sind eine Kraft quer zum Balken und ein Biegemoment vorhanden.

Was ist eine **Querkraft**?

Eine Querkraft ist eine Kraft, die quer zum Querschnitt eines länglichen Bauteils wirkt.

Außerdem wird der Balken gebogen. Die Ursache hierfür wird als Moment bezeichnet.

Was ist ein **Moment**?

Ein Moment ist wie eine Kraft eine axiomatische Größe der Mechanik. Ein Moment ergibt in der Statik eine Biege-Verformung (Biegemoment) oder eine Torsions-Verformung (Torsionsmoment) eines Körpers. Man kann sich merken: Moment ist Kraft mal Hebelarm.

Unter der Wirkung dieser Schnittgrößen – insbesondere des Biegemomentes – zeigt der Unterkiefer Verformungen wie in *Bild 8* prinzipiell dargestellt.

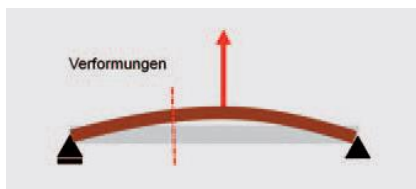


Bild 8: Näherung 1, Verformungen

### Repetitorium Mechanik: Spannungen

Was sind **Verformungen** und **Spannungen**? Dies sind Begriffe der Festigkeitslehre.

Die **Verformungen** ergeben sich aus mechanischen Lasten und der Elastizität/Nachgiebigkeit des Materials.

Eine **Spannung** ist eine Beanspruchung des Materials durch eine Kraft. Theoretisch ergibt sich für ein kleines Kontrollvolumen  $dV$  die Spannung aus der Kraft in eine Richtung, bezogen auf Querschnittsfläche  $dA$  des Kontrollvolumens quer zu dieser Kraft. Eine positive Spannung wird als Zugspannung bezeichnet, sie kann zu Rissen im Material führen. Eine negative Spannung wird Druckspannung genannt, sie staucht das Material.

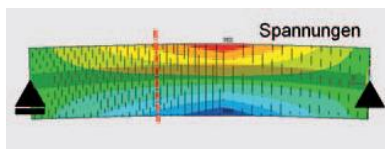


Bild 9: Näherung 1, Spannungen

Hier in unserem Modell ergibt die Biegung des Unterkiefers durch das Biegemoment eine Verteilung der Spannung im Unterkiefer, bei der

- oben das Material gedehnt wird und eine Zugspannung auftritt und
- unten das Material gestaucht wird und eine Druckspannung auftritt.

In *Bild 9* ist das Modell verbreitert dargestellt. Die Spannungsverteilung ist als rote Zone (Zugspannung) oben und als blaue Zone (Druckspannung) unten eingezeichnet. Diese Verteilung ist das Resultat des Schnittmomentes.

Die Ergebnisse dieser Näherung umfassen

- die Schnittgrößen (Querkraft, Biegemoment) an der Querschnittsposition und
- die Verformungen sowie die Spannungen in dem sehr grob vereinfachten Querschnitt.

Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt

- Aufwand manuell: gering
- Aufwand numerisch: Null
- Genauigkeit der Geometrie: sehr sehr gering
- Genauigkeit der Spannungen: sehr sehr gering
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: nicht möglich
- praktischer Nutzen: nicht zu erkennen

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--

### 4.2 Näherung 2

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 2:**

**Linie, 2-dimensional, grob vereinfacht, homogen, isotrop, Punktlast**

In dieser Näherung 2 wird das Linienmodell von Näherung 1 mehr der abgewinkelten Form des Unterkiefers angenähert. Die Seitenansicht des Modells ist in *Bild 10* dargestellt. Die Lösung hierfür kann wie bei Näherung 1 mit Formeln aus Tabellenwerken erfolgen. Wie vor-

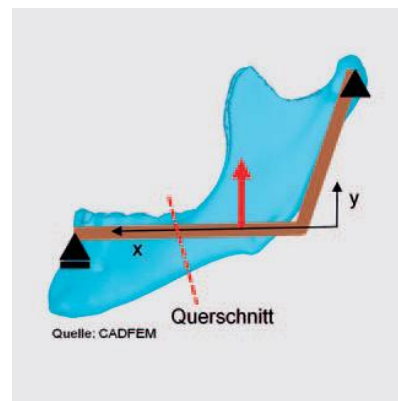


Bild 10: Näherung 2, Modell und Randbedingungen

her umfassen die Ergebnisse dieser Näherung

- die Schnittgrößen (Querkraft, Biegemoment) an der Querschnittsposition und
- die Verformungen sowie die Spannungen in dem sehr grob vereinfachten Querschnitt.

Die Anwendung der Formeln wird unwesentlich mühsamer, die Ergebnisse aber auch nicht genauer. Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt weiterhin

- Aufwand manuell: gering
- Aufwand numerisch: Null
- Genauigkeit der Geometrie: sehr sehr gering
- Genauigkeit der Spannungen: sehr sehr gering
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: nicht möglich
- praktischer Nutzen: nicht zu erkennen

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--

### 4.3 Näherung 3

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 3:**

**Linie, 3-dimensional, grob vereinfacht, homogen, isotrop, Punktlast**

In dieser Näherung 3 wird das Modell quer zur Sagittalebene erweitert. Es ergibt sich eine 3-dimensionale Geometrie (*Bild 11*), mit der jetzt auch einseitige Kaukräfte und unsymmetrische Belastungen untersucht werden könnten.

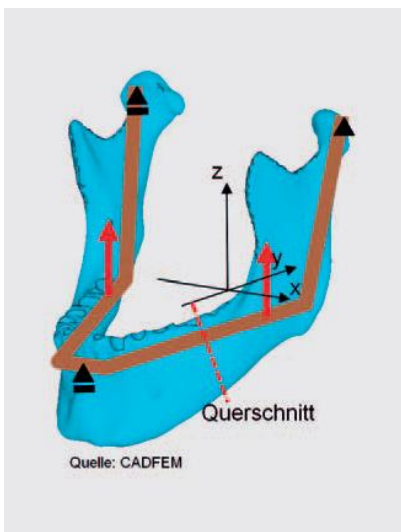


Bild 11: Näherung 3, Modell und Randbedingungen

Die Anwendung der Formeln wird durch die 3-dimensionale räumliche Geometrie erschwert, Tabellenwerke liefern hierfür keine Standardlösung. Die Ergebnisse sind wie bei den bisherigen Näherungen die Schnittgrößen (Querkraft, Biegemoment) am Querschnitt des 1. Molar in guter Genauigkeit, dazu die Verformungen und Spannungen, diese jedoch in ungenügender Genauigkeit. Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt

- Aufwand manuell: moderat
- Aufwand numerisch: Null
- Genauigkeit der Geometrie: sehr sehr gering
- Genauigkeit der Spannungen: sehr sehr gering
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: nicht möglich
- praktischer Nutzen: nicht zu erkennen

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--
Näherung 3	-	-	--

#### 4.4 Näherung 4

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 4:**

**Linie, 3-dimensional, grob vereinfacht, kombiniert mit Volumen-Detailmodell, inhomogen, isotrop**

Näherung 4 stellt eine Kombination der bisherigen Vorgehensweise mit den Vorteilen einer FEM-Modellierung dar. Bei dieser Näherung werden zwei unter-

schiedliche Simulationsmodelle in Kombination verwendet.

Das erste dieser Modelle ist ein Detailmodell, das auf Daten aus einem bildgebenden Verfahren wie Dental-CT oder DVT aufbaut. Damit wird der Querschnitt der Mandibula am 1. Molar (36) ausgelesen (Bild 12). Dieser Querschnitt wird normal zur Ebene (also in Längsrichtung der Mandibula) geometrisch extrudiert. Das Modell hat damit den patienten-spezifischen Unterkiefer-Querschnitt, normal dazu einen unveränderten Umriss. In diesem Modell wird das konzipierte Implantat positioniert (Bild 13).

Die Last, die beim incisalen Beißen in diesem Querschnitt auftritt, kann mit einem Modell entsprechend Näherung 3 aus den Schnittgrößen (Querkraft, Biegemoment) in guter Genauigkeit bestimmt werden. Diese Last wird als äußere Einwirkung an dem Detailmodell angebracht.

Die numerische Lösung für das Detailmodell wird mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt (Bild 14). Bei

dieser Methode wird das Simulationsmodell diskretisiert, das heißt in viele kleine „finite“ (endlich große) Elemente aufgeteilt (Bild 15). Die Diskretisierung wird vom Programm ausgeführt und kann durchaus Tausende von Elementen ergeben. Diese Elemente werden mit den Eigenschaften des Materials ausgestattet, hier also mit den hohen Festigkeiten des corticalen Knochens im Außenbereich und den geringeren Werten der Spongiosa im Inneren des Unterkiefers.

Die Lösung mit dem Ziel, die Verformungen und Spannungen zu berechnen, erfolgt mit der Finite-Elemente-Methode (FEM). In vorangegangenen Beiträgen (came 1/2011, 2/2011 und 3/2011) war bereits der prinzipielle Ablauf einer FEM-Lösung im Detail anhand eines einfachen Beispiels dargestellt worden. Diese Lösung wird vom FEM-Programm ausgeführt, der Anwender muss lediglich einige Sekunden oder Minuten Rechenzeit abwarten.

In Bild 16 ist beispielhaft dargestellt, wie sich die lokalen Spannungen im Bereich des Implantates für den vorhandenen

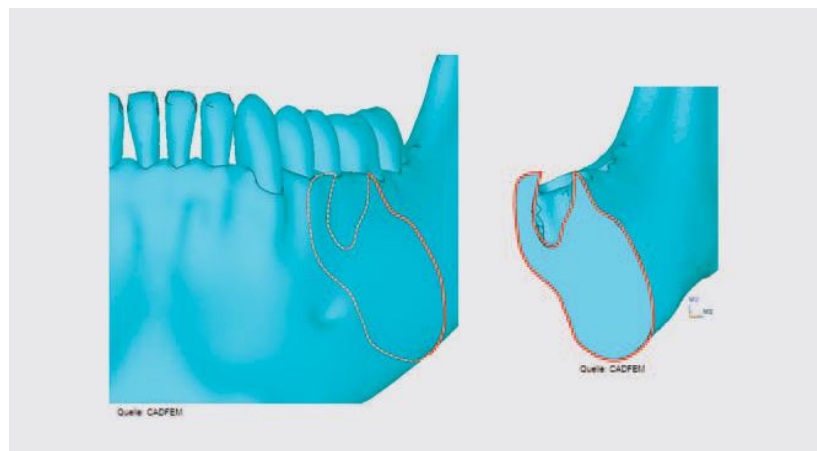


Bild 12: Näherung 4, Querschnitt am 1. Molar

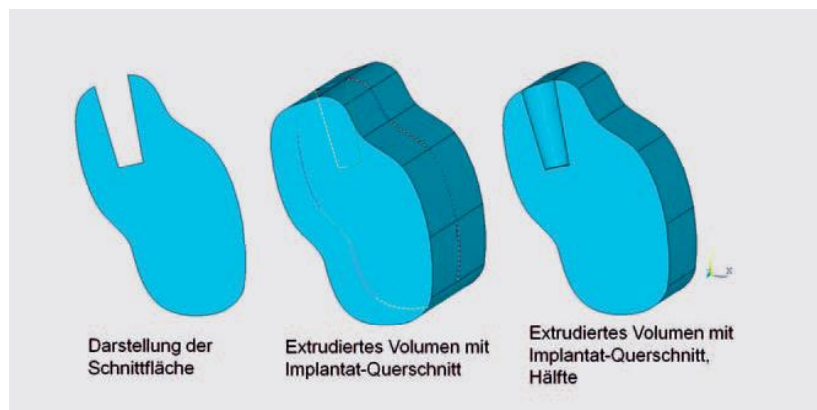


Bild 13: Näherung 4, Schnittfläche und durch Extrusion erzeugtes Volumen

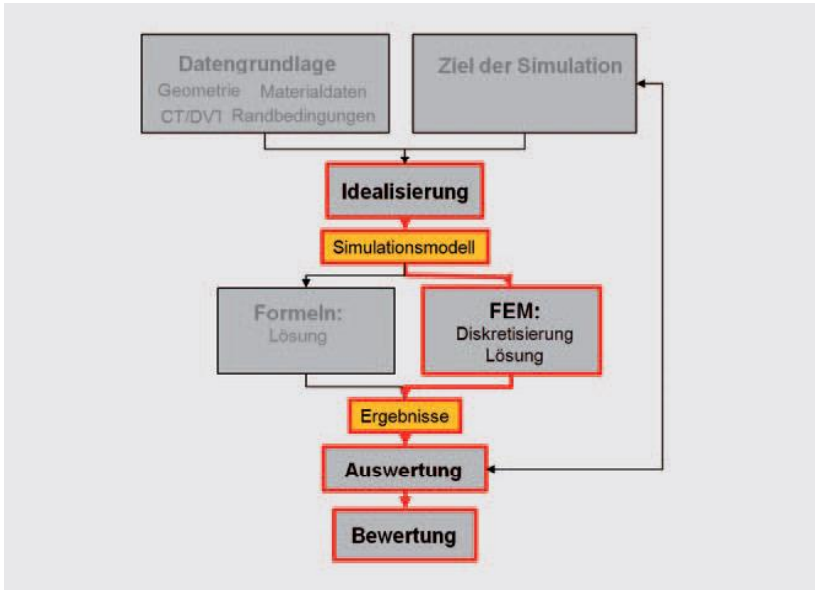


Bild 14: Workflow der Simulation, Diskretisierung und Lösung mit FEM

Querschnitt verteilen. Gegenüber dem Referenzfall Variante a ist in den anderen Varianten b und c die Länge des Implantates und der Neigungswinkel variiert worden. Die Simulation zeigt die jeweilige Span-

nungsverteilung im Querschnitt des Unterkiefers.

In der Bewertung dieser Näherung 4 sind die jeweiligen Vorteile der beiden kombinierten Vorgehensweisen zu erkennen:

- Mit dem einfachen Simulationsmodell und der Lösung mit Formeln der Mechanik werden die Schnittgrößen bestimmt. Diese Ergebniswerte sind nahezu unabhängig vom Querschnitt des Unterkiefers.
- Mit dem Finite-Elemente-Simulationsmodell werden die Spannungen bestimmt. Diese Ergebniswerte sind nahezu unabhängig von der Form des Unterkiefers in einiger Entfernung vom untersuchten Querschnitt.

Insgesamt ist der manuelle Aufwand der Idealisierung und Modellerstellung moderat. Der numerische Aufwand ist gering. Die Vorgehensweise ist automatisierbar, so dass ein Einsatz im praktischen Alltag vor-

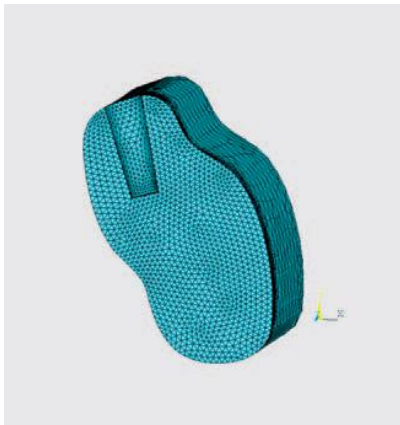


Bild 15: Näherung 4, diskretisiertes Simulationsmodell

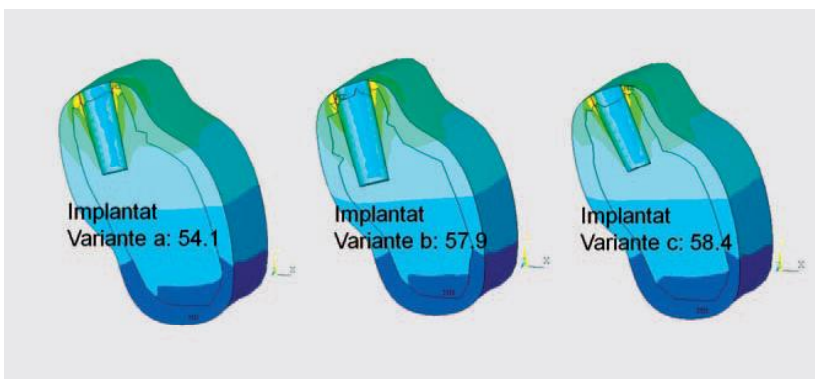


Bild 16: Näherung 4, lokale Spannungen im Bereich des Implantates bei Variation der Länge und des Neigungswinkels des Implantates

stellbar ist. Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt

- Aufwand manuell: moderat
- Aufwand numerisch: moderat
- Genauigkeit der Geometrie: moderat
- Genauigkeit der Spannungen: zufriedenstellend
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: möglich
- praktischer Nutzen: erkennbar

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--
Näherung 3	-	-	--
<b>Näherung 4</b>	<b>+</b>	<b>++</b>	<b>++</b>

#### 4.5 Näherung 5

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 5:**  
**Volumen, 3-dimensional, vereinfacht, homogen, isotrop, verteilte Last**

Näherung 5 ist darauf ausgerichtet, die komplexe geometrische Form des Unterkiefers genauer abzubilden. Damit wird eine Lösung mit Formeln aus Tabellenwerken unmöglich, es muss nun eine numerische Methode wie die Finite-Elemente-Methode (FEM) verwendet werden.

Das Simulationsmodell dieser Näherung 5 zeigt genauer die räumlich geschwungene Form des Unterkiefers (Bild 17). Der Querschnitt ist wie bisher als Rechteck vereinfacht, entlang der geschwungenen Form aber mit veränderlichen Abmessungen. Es bleibt weiterhin die Vereinfachung des Querschnitts auf eine Rechteckform. Das Material wird homogen und anisotrop angenähert.

Die Inserierung des M. masseter wird hier nicht mehr an einem Punkt, sondern durch verteilte Kräfte im Bereich des Angulus abgebildet.

Die Anwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) erfordert zunächst eine Diskretisierung des Modells. Diese Aufteilung ergibt ein Netz von vielen kleinen „finiten“ Elementen. In Bild 18 ist dieses Netz von Quader-Elementen gezeigt.

Bei der Lösung wird vom Programm für jedes Element eine Steifigkeitsmatrix er-

stellt. Die Kombination aller dieser Matrizen über die Verbindung der Elemente miteinander repräsentiert das Gesamtmodell des Unterkiefers. Die numerische Lösung liefert die Verformungen an den Netzpunkten und die Spannungen in den Elementen.

Diese Näherung ist in Hinsicht auf die Form des gesamten Unterkiefers besser als die Näherungen 1 bis 3. Ein solches Modell kann noch ohne bildgebende Verfahren

erstellt werden. Es stellt jedoch ein akademisches Beispiel dar, das nicht mehr den Vorteil der einfachen Balkenstruktur der bisherigen Näherungen, jedoch noch nicht den Vorteil der patienten-spezifischen genauen Geometrie enthält. Auch in Hinsicht auf das Simulationsziel (die Spannungen am Querschnitt des 1. Molar) ist dieses Modell unzureichend. Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt

- Aufwand manuell: moderat
- Aufwand numerisch: moderat
- Genauigkeit der Geometrie: gering
- Genauigkeit der Spannungen: sehr gering
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: nicht möglich
- praktischer Nutzen: nicht zu erkennen

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--
Näherung 3	-	-	--
<b>Näherung 4</b>	<b>+</b>	<b>++</b>	<b>++</b>
Näherung 5	+	-	--

#### 4.6 Näherung 6

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 6:**  
**Volumen, 3-dimensional, vereinfacht, inhomogen, isotrop, verteilte Last**

Näherung 6 zeigt die Möglichkeit, mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) die inhomogene Materialverteilung in der Simulation zu berücksichtigen. Hier ist die Geometrie vergleichbar zu Näherung 5 abgebildet: die räumlich geschwungene Form des Unterkiefers ist berücksichtigt, der Querschnitt aber zu einem Rechteck vereinfacht. Als Defizit des Modells bleibt weiterhin die Vereinfachung des Querschnitts auf eine Rechteckform.

Hier wird nun für die Elemente des FEM-Modells festgelegt, dass diejenigen am Rand des Querschnitts die Materialwerte verwenden, die der Compacta entsprechen. Demgegenüber werden den anderen Elementen im Inneren des Querschnitts die Materialwerte zugewiesen, die für die Spongiosa zutreffen. In *Bild 19* sind diese Bereiche farblich unterschieden: Compacta hellblau, Spongiosa violett. Das Material wird in seiner inhomogenen Verteilung berücksichtigt.

Diese Materialwerte werden aber weiterhin richtungs-unabhängig (anisotrop) angenähert.

Die Spannungen, die nach der numerischen Lösung als Ergebnis bereitstehen, werden in *Bild 20* dargestellt. Rot markierte Bereiche zeigen eine hohe Spannung an, hier ist der Unterkiefer hoch be-

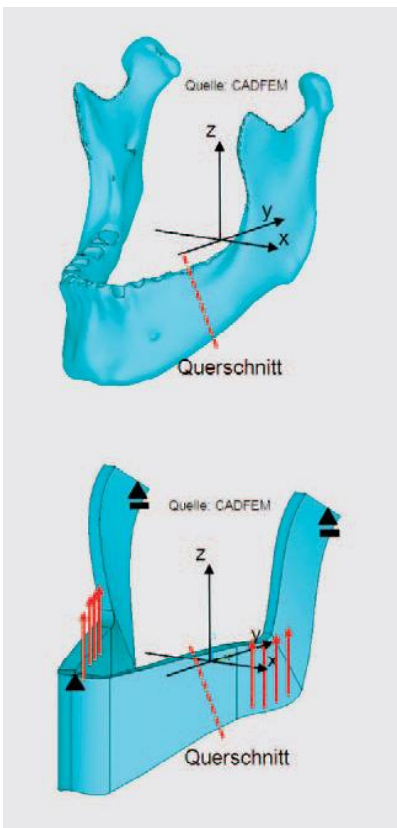


Bild 17: Näherung 5, Modell und Randbedingungen

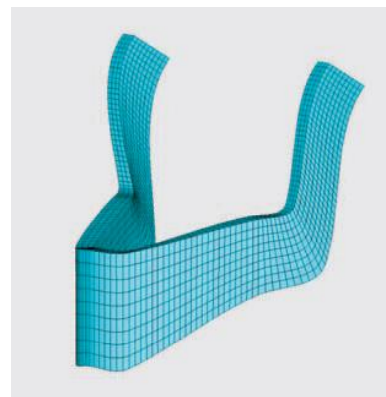


Bild 18: Näherung 5, diskretisiertes Simulationsmodell

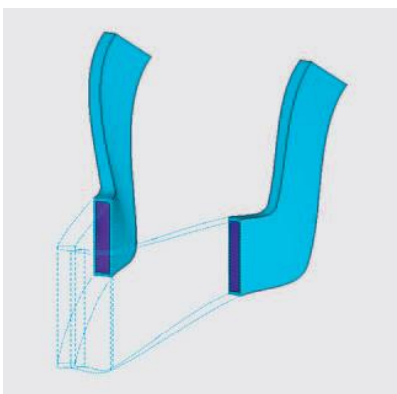


Bild 19: Näherung 6, Querschnitt, Materialbereiche der Compacta und Spongiosa

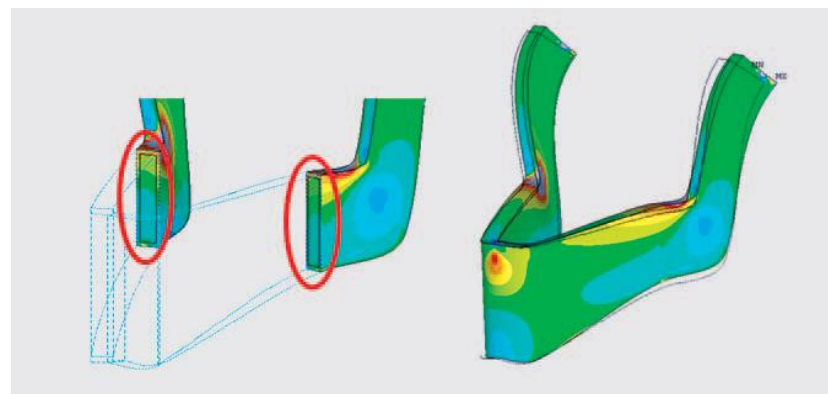


Bild 20: Näherung 6, Spannungen nach der numerischen Lösung

anspricht. Besonders beanspruchte Bereiche finden wir bei der Lasteinleitung am Schneidezahn und dem Angulus mandibulae, in dem die Biegung des Knochenquerschnitts dominant ist.

Hier wurde gezeigt, wie die inhomogene Materialverteilung im Modell berücksichtigt wird. Wie Näherung 5 ist dieses Modell aber in Hinsicht auf das Ziel, die Untersuchung der Spannungen am Querschnitt des 1. Molar, unzureichend. Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt

- Aufwand manuell: moderat
- Aufwand numerisch: moderat
- Genauigkeit der Geometrie: gering
- Genauigkeit der Spannungen: gering
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: nicht möglich
- praktischer Nutzen: nicht zu erkennen

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--
Näherung 3	-	-	--
<b>Näherung 4</b>	<b>+</b>	<b>++</b>	<b>++</b>
Näherung 5	+	-	--
Näherung 6	+	-	-

#### 4.7 Näherung 7

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 7:**  
**Volumen, 3-dimensional, komplex, homogen, isotrop, verteilte Last**

In Näherung 7 wird die Form des Unterkiefers über bildgebende Verfahren (z.B. Dental-CT, DVT) bestimmt und für das Simulationsmodell verwendet. Hierfür stehen praxisbewährte Programme und Formate (z.B. DICOM, STL) zur Verfügung. Das Ergebnis ist ein Geometrie-Modell wie in *Bild 21* gezeigt.

Bei der Anwendung der Finite-Elemente-Methode wird diese Geometrie diskretisiert und ein Netz von „finiten“ Elementen erzeugt. Die Grundform eines Elementes für eine solche komplexe Geometrie ist ein Tetraeder. Die automatische Diskretisierung durch das FEM-Programm berücksichtigt die Konturen und Umrisse und erzeugt eine feine Element-Teilung in Bereichen von Unstetigkeiten oder scharfen Krümmungen. In der Mechanik ist bekannt, dass in solchen Bereichen mit hohen Spannungs-

gradienten zu rechnen ist. Damit berücksichtigt diese Diskretisierungsmethode eine der prinzipiellen Regeln der FEM, dass „bei Elementverdichtung im Bereich hoher Spannungsgradienten die Verschiebungen und insbesondere die Spannungen wesentlich besser wiedergegeben werden“ (vergl. **came** 3-2011, Seite 44).

Das diskretisierte Modell in *Bild 22* besteht aus etwa 450.000 Elementen und 90.000 Netzknoten. Eine solche Diskretisierung wird in Sekunden erstellt. Diese Zahlen sind im Alltag der FEM-Anwendungen durchaus üblich. Bei höheren Anforderungen an die Genauigkeit der Simulation kann durchaus das Netz weiter verfeinert werden (Faktor 10 oder mehr).

Die hier gezeigte Diskretisierung ist für den gesamten Unterkiefer gleichartig. Sie kann für das Ziel dieses Beispiels (Querschnitt am 1. Molar) weiter variiert werden und gezielt in diesem Querschnitt verfeinert werden (*Bild 23*). Solche gezielten und in-

dividuell gesteuerten Verfeinerungen sind üblich und auf Knopfdruck möglich.

Die Netzaufteilung und andere Parameter beeinflussen den Rechenaufwand der Lösung. Für das gezeigte Modell ist von etlichen Minuten oder einigen Stunden auszugehen. Der Rechenaufwand ergibt sich aus der Berechnung der Steifigkeitsmatrizen für alle Elemente und die Aufstellung und Lösung des Gleichungssystems (mit 270.000 Unbekannten) für das Gesamtmodell des Unterkiefers. Die numerische Lösung liefert die Verformungen an den Netzpunkten und die Spannungen in den Elementen.

Die Abbildung der Ergebnisse in *Bild 24* zeigt die Verteilung der Spannungen. Zusätzlich sind die Bereiche der Randbedingungen (blau) und die Muskelkräfte (rote Pfeile) dargestellt.

Diese Näherung ist optimal in Hinsicht auf die Form des gesamten Unterkiefers. Auch

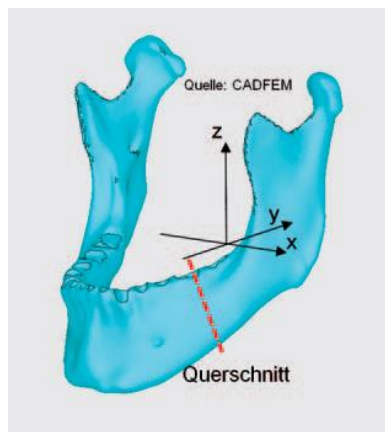


Bild 21: Näherung 7, Modell

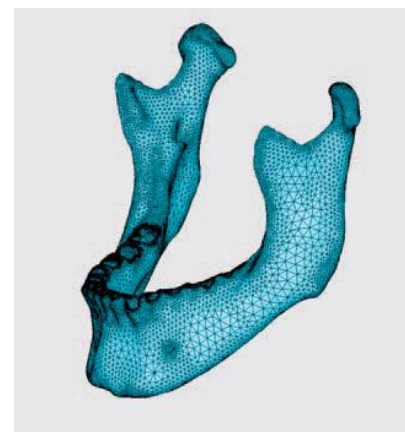


Bild 22: Näherung 7, diskretisiertes Simulationsmodell

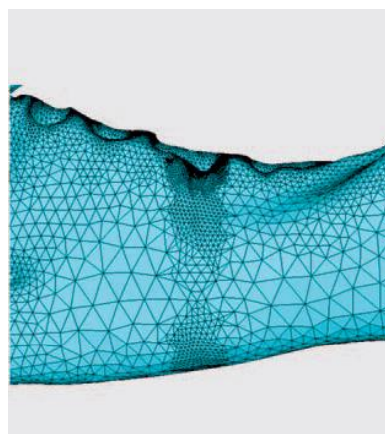


Bild 23: Näherung 7, verfeinerte Diskretisierung des Querschnitts am 1. Molar

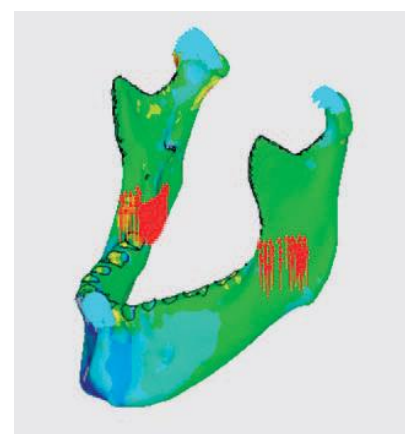


Bild 24: Näherung 7, Verteilung der Spannungen, blau: Bereiche der Randbedingungen, rot: Muskelkräfte



wenn die Übernahme der Daten der bildgebenden Verfahren praxisbewährt sind, ist ein hoher manueller Aufwand erforderlich. In Hinsicht auf das Ziel der Spannungen am Querschnitt des 1. Molar ist diese Näherung gut geeignet. Die Aufwand/Nutzen-Analyse ergibt

- Aufwand manuell: hoch
- Aufwand numerisch: hoch
- Genauigkeit der Geometrie: gut
- Genauigkeit der Spannungen: gut
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: möglich
- praktischer Nutzen: moderat, Forschung

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--
Näherung 3	-	-	--
<b>Näherung 4</b>	<b>+</b>	<b>++</b>	<b>++</b>
Näherung 5	+	-	--
Näherung 6	+	-	-
Näherung 7	++	++	-

#### 4.8 Näherung 8

**Erforderliche Modelleigenschaften:**  
**Volumen-Modell, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

**Näherung 8:**

**Volumen, 3-dimensional, komplex, inhomogen, anisotrop, verteilte Last**

Die Berücksichtigung der inhomogenen und anisotropen Eigenschaften des Knochens stellt eine weitere Anforderung an das Simulationsmodell dar. Über eine solche Anwendung war bereits von Kober et.al. „Relevanz der Anisotropie in der biomechanischen Simulation, demonstriert am Beispiel des menschlichen Unterkie-

fers“, **came** 1/2010, S. 9-11 berichtet worden (Bild 25). In diesem Simulationsmodell wurde nicht nur die geometrische Form des Knochens, sondern auch die innere Struktur aus CT-Aufnahmen als 3-dimensionale Datengrundlage für die Materialdaten verwendet.

In der Diskussion wurde angegeben, „dass die Anisotropie des Knochens eine qualitative und quantitative Relevanz besitzt.“ Weiterhin ergab sich: „Aus dem Blickwinkel der praktischen Realisierung haben wir einen Zugang für die Konstruktion der anisotropen Trajektorien für das Beispiel des menschlichen Unterkiefers gezeigt. Wichtig ist allerdings, dass das eingesetzte FEM-Tool den Import einer inhomogenen, voll anisotropen Steifigkeitsmatrix erlaubt.“

Diese Anwendung stellt in jeder der hier angeführten Anforderungen und Ziele einen optimalen Grenzwert dar. Die Aufwand/Nutzen-Analyse für diese Näherung ergibt

- Aufwand manuell: sehr hoch
- Aufwand numerisch: sehr hoch
- Genauigkeit der Geometrie: sehr gut
- Genauigkeit der Spannungen: sehr gut
- Variation der Implantatposition im Querschnitt: möglich
- praktischer Nutzen: hoch, Forschung

	Aufwand	Nutzen	Praktikabilität
Näherung 1	--	-	--
Näherung 2	--	-	--
Näherung 3	-	-	--
<b>Näherung 4</b>	<b>+</b>	<b>++</b>	<b>++</b>
Näherung 5	+	-	--
Näherung 6	+	-	-
Näherung 7	++	++	-
<b>Näherung 8</b>	<b>+++</b>	<b>+++</b>	<b>++</b>

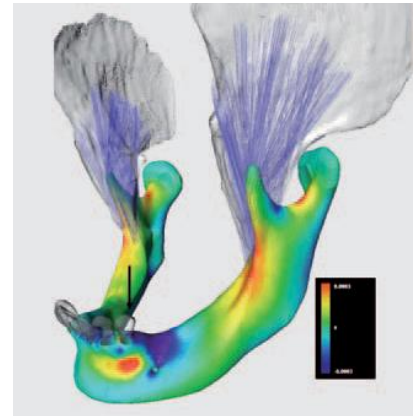


Bild 25: Kober et.al., **came** 1/2010: Dehnungsprofil bei einem seitlichen Biss auf den äußersten Prämolare unter Zug der Kaumuskelatur, die Musculi temporales sind ebenfalls dargestellt

## 5 Zusammenfassung

Am Beispiel einer Aufgabenstellung aus der Zahnmedizin wurde der Aufbau eines Simulationsmodells vorgestellt. Dabei geht es um die Platzierung eines Implantates im Bereich des 1. Molars (Zahn 36). Für die Simulation wurde die Belastung des Unterkiefers (Mandibula) beim incisalen Beißen (Schneidezähne) zugrunde gelegt. Das Simulationsmodell wurde in verschiedenen Varianten beschrieben und mit einem Aufwand/Nutzen-Vergleich bewertet.

Bei der Durchführung einer Simulation erfolgt mit dem ersten Schritt – der Idealisierung – bereits eine wichtige Weichenstellung für die Durchführung und die Ergebnisse. Daher sollte das gesamte Spektrum von Möglichkeiten, Vereinfachungen, Abstraktionen und deren jeweilige Konsequenzen beachtet werden.

Hier könnte auch IHRE Firmen-Information zu finden sein!

Wenn auch Sie die Leser von **came** über Ihre aktuellen Broschüren und Kataloge informieren möchten, empfehlen wir Ihnen, diese neue Werbemöglichkeit zu nutzen.

Für weitere Informationen – wie Gestaltung, Platzierung, Kosten – wenden Sie sich bitte gleich an Nicole Stickel, die Ihnen jederzeit gerne mit Rat und Tat zur Verfügung steht.

**Telefon (0 71 59) 92 65-13**  
**Telefax (0 71 59) 92 65-20**  
**E-Mail: stickel@expertverlag.de**  
**Internet: www.expertverlag.de**